

**RICARDO ANTUNES**

**MODELAGEM PELO MÉTODO DE ELEMENTOS  
FINITOS DE SERVOMOTOR CC SEM ESCOVAS E  
SEU ACIONAMENTO**

**FLORIANÓPOLIS**

**2002**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**ELÉTRICA**

**MODELAGEM PELO MÉTODO DE ELEMENTOS**  
**FINITOS DE SERVOMOTOR CC SEM ESCOVAS E**  
**SEU ACIONAMENTO**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos  
requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Mestrando: Ricardo Antunes

Orientador: Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.


Co-Orientador: Prof. Walter Pereira Carpes Jr., Dr.

**FLORIANÓPOLIS, FEVEREIRO DE 2002**

# MODELAGEM PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS DE SERVOMOTOR CC SEM ESCOVAS E SEU ACIONAMENTO

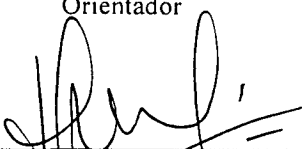
Ricardo Antunes

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Sistemas de Energia*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’



---


Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.  
Orientador



---

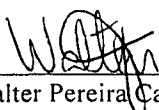
Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



---

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.  
Presidente



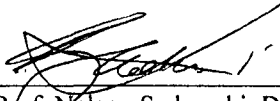
---

Prof. Walter Pereira Carpes Jr., Dr.



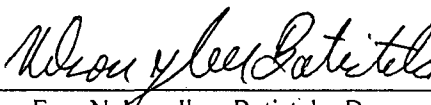
---

Eng. Siegfried Kreutzfeld, M.Sc. - WEG



---

Prof. Nelson Sadowski, Dr.



---

Eng. Nelson Jhoe Batistela, Dr.

Aos meus pais,  
Orlando e Marli  
e ao meu avô Leonel Gaspar.



## Agradecimentos

Ao meu orientador, Patrick Kuo-Peng, e ao meu co-orientador, Walter Pereira Carpes Jr., pelo apoio prestado e pela gratificante oportunidade de convívio.

Aos professores do GRUCAD, em especial ao Prof. Nelson Sadowski, pela atenção e disposição nos momentos críticos e decisivos.

À empresa WEG, pelo fornecimento de protótipos e ao Eng. Solon pela valiosa disponibilidade.

À Ana Margarida de Oliveira, pela prestatividade e pelas contribuições vitais que influenciaram diretamente no curso da pesquisa desenvolvida.

Aos colegas Jhoe e Evandro, pela primordial ajuda na aquisição de componentes e equipamentos, além do acompanhamento durante a etapa de montagem da bancada experimental.

Aos meus irmãos Orlando e Jaqueline pelo precioso apoio e aos colegas Jean, Djonny, Milton e Marcus pela convivência harmoniosa e descontraída.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

# **MODELAGEM PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS DE SERVOMOTOR CC SEM ESCOVAS E SEU ACIONAMENTO**

**Ricardo Antunes**

Fevereiro/2002

Orientador: Patrick Kuo-Peng

Co-orientador: Walter Pereira Carpes Jr.

Área de Concentração: Análise e Concepção de Dispositivos Eletromagnéticos

Palavras-chave: Servomotor CC sem escovas, Acoplamento Campo – Circuito Elétrico, Equacionamento Mecânico.

Número de páginas: 58

O presente trabalho aborda o estudo e a implementação da equação mecânica a um método de análise de máquinas elétricas associadas a circuitos elétricos externos. A máquina é modelada pelo Método de Elementos Finitos em duas dimensões. O equacionamento do circuito é feito em variáveis de espaço de estados. Um acoplamento forte entre os dois sistemas de equações é obtido utilizando-se as grandezas comuns a ambos, isto é, as correntes e as tensões nos enrolamentos do dispositivo eletromagnético. A fim de validar o método proposto, foi desenvolvida uma Bancada Experimental.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

# **MODELING OF A BRUSHLESS DC SERVOMOTOR AND ITS DRIVE BY THE F. E. METHOD**

**Ricardo Antunes**

February/2002

Advisor: Patrick Kuo-Peng

Co-advisor: Walter Pereira Carpes Jr.

Area of Concentration: Electrical Machines

Keywords: Brushless DC Motor, Field – Electrical Circuit Coupling, Mechanical Equation

Number of Pages: 58.

This work deals with the study and the implementation of the mechanical equations in the analysis of electrical machines associated to external circuits. The machine is modeled by the Finite Elements Method in two dimensions. The circuit equations are presented in terms of state variables. A strong coupling of the two equations systems is obtained using their common variables, namely, the currents and the voltages of the electromagnetic device windings. In order to validate the proposed methodology, a work bench was constructed.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO GERAL .....	1
CAPÍTULO 1: SERVOMOTOR CC SEM ESCOVAS: VISÃO GERAL .....	4
1.1 INTRODUÇÃO.....	4
1.2 COMPARAÇÃO ENTRE SERVOMOTORES SÍNCRONOS A ÍMÃS PERMANENTES E SERVOMOTORES TRADICIONAIS .....	4
1.3 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS MAGNÉTICOS PARA ÍMÃS PERMANENTES.....	6
1.4 ANÁLISE DO PONTO DE OPERAÇÃO DOS ÍMÃS PERMANENTES .....	8
1.5 INFLUÊNCIA DO TIPO DE MAGNETIZAÇÃO DOS ÍMÃS NA DISTRIBUIÇÃO DE FLUXO NO ENTREFERRO .....	10
1.6 BLAC E BLDC: ANÁLISE COMPARATIVA .....	11
1.7 CONFIGURAÇÕES UNIPOLAR E BIPOLAR EM MOTORES BLDC.....	17
1.8 TÉCNICAS COMUNS DE ACIONAMENTO .....	18
1.9 CONCLUSÃO.....	20
CAPÍTULO 2: ACOPLAMENTO ENTRE DISPOSITIVO ELETROMAGNÉTICO E CIRCUITO EXTERNO.....	21
2.1 INTRODUÇÃO.....	21
2.2 MODELAGEM DE CIRCUITOS EXTERNOS .....	21
2.3 MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS .....	24
2.4 ACOPLAMENTO DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS E CIRCUITOS EXTERNOS .....	27
2.5 CONCLUSÃO .....	28
CAPÍTULO 3: MOVIMENTO E EQUACIONAMENTO MECÂNICO.....	30
3.1 INTRODUÇÃO.....	30
3.2 MÉTODO DA BANDA DE MOVIMENTO .....	30
3.3 EQUACIONAMENTO MECÂNICO .....	32
3.4 CÁLCULO DO TORQUE .....	33
3.5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL .....	36
3.6 CONCLUSÃO .....	38
CAPÍTULO 4: VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA IMPLEMENTADA.....	39
4.1 INTRODUÇÃO.....	39
4.2 GERAÇÃO DOS PULSOS DE COMANDO .....	40
4.3 TRATAMENTO DOS SINAIS DE POSIÇÃO .....	40
4.4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÕES .....	43
4.5 CONCLUSÕES.....	56
CONCLUSÃO GERAL .....	57
ANEXO 1 – DADOS DO SERVOMOTOR SWA 56-2,5-30 .....	59

ANEXO 2 – BANCADA EXPERIMENTAL .....	62
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	65

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Dimensões do rotor de dois servomotores com ímãs distintos.....	7
Figura 2: Comportamento de alguns ímãs comerciais para as temperaturas de 25 e 125°C.....	8
Figura 3: Relação torque X ângulo de carga.....	8
Figura 4: Ponto de operação dos ímãs em função da força magnetomotriz desmagnetizante.....	9
Figura 5: Magnetização paralela e radial.....	10
Figura 6: Magnetização paralela e radial – Máquina de quatro pólos.....	11
Figura 7: BLDC – enlases de fluxo e $f_{cem}$ .....	12
Figura 8: BLAC – enlases de fluxo e $f_{cem}$ .....	13
Figura 9: Configuração Bipolar.....	17
Figura 10: Configuração unipolar.....	17
Figura 11: Modo de condução de 120°.....	19
Figura 12: Modo de condução de 180°.....	19
Figura 13: Circuito exemplo para definição dos elementos ramo e elo.....	22
Figura 14: Caso com deformação e sem deformação dos elementos da banda.....	31
Figura 15: Contribuição dos elementos quadrilaterais divididos em dois conjuntos de triângulos.....	31
Figura 16: Condições de (anti) periodicidade.....	32
Figura 17: Superfície escolhida para o cálculo do torque.....	34
Figura 18: Superfícies criadas para cada sentido de corte.....	35
Figura 19: Cálculo do campo em função da média dos campos.....	36
Figura 20: Vetor braço de alavanca.....	36
Figura 21: Fluxograma do programa.....	37
Figura 22: Esquema simplificado da bancada experimental.....	39
Figura 23: Decomposição de um ângulo através do <i>resolver</i> .....	40
Figura 24: <i>Resolver</i> .....	41
Figura 25: Aspecto das saídas do <i>resolver</i> para algumas posições do rotor.....	42
Figura 26: Modulação e demodulação dos sinais de saída do <i>resolver</i> .....	42
Figura 27: Domínio discretizado e circuito de acionamento.....	43
Figura 28: Sequência de chaveamento - deslocamento único de 15°.....	44

Figura 29: Simulação de deslocamento instável para 1A.....	44
Figura 30: Distribuição da indução sem corrente nos enrolamentos .....	45
Figura 31: Deslocamento único de 15° .....	46
Figura 32: Corrente na fase A durante a transição .....	46
Figura 33: Corrente na fase B durante a comutação .....	47
Figura 34: Corrente na fase C durante a comutação .....	47
Figura 35: Tensão de linha Vca durante a comutação .....	48
Figura 36: Deslocamento único de 15° (simulação considerando atrito) .....	49
Figura 37: Corrente na fase A durante a comutação (simulação considerando atrito) ....	50
Figura 38: Corrente na fase B durante a comutação (simulação considerando atrito) ....	50
Figura 39: Corrente na fase C durante a comutação (simulação considerando atrito) ....	51
Figura 40: Tensão de linha Vca durante a comutação (simulação considerando atrito)..	51
Figura 41: Distribuição dos campos e indução na partida (a) e em regime permanente (b)	52
Figura 42: Seqüência de chaveamento - controle de velocidade .....	53
Figura 43: Posição angular do rotor .....	53
Figura 44: Aproximação para o cálculo da velocidade média.....	54
Figura 45: Velocidade média aproximada × velocidade simulada .....	54
Figura 46: Corrente de fase.....	55
Figura 47: Tensão de linha .....	55
Figura 48: Curva B × H (servomotor swa-56).....	61
Figura 49: Bancada experimental .....	63

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1:.....	6
----------------	---



## INTRODUÇÃO GERAL

A busca pela generalização dos programas de simulação de dispositivos eletromagnéticos interagindo com os seus circuitos externos de alimentação tem sido alvo de inúmeras atividades de pesquisas científicas, bem como de grande interesse industrial. O curso natural da evolução tecnológica propõe a investigação de sistemas de automação e controle que ofereçam desempenho e rendimento excelentes com o menor custo possível. Todas estas características estão intimamente atreladas às etapas iniciais de projeto, sendo imprescindível, portanto, o desenvolvimento de ferramentas de simulação capazes de reproduzir, precisamente, a ampla gama de fenômenos físicos presentes nestes sistemas. Assim sendo, destaca-se o método de elementos finitos (MEF), consolidado como uma poderosa ferramenta de análise de estruturas eletromagnéticas, vastamente utilizado na comunidade científica. Nas máquinas elétricas, em específico, o método de elementos finitos bidimensional pode representar uma porção considerável de fenômenos físicos como o efeito de correntes induzidas em partes condutoras, o cálculo de forças eletromagnéticas e a conversão eletromecânica de energia, consideração da saturação em materiais ferromagnéticos, dentre outros [1].

Em se tratando de circuitos de acionamento e controle, encontram-se os mais variados tipos de componentes, desde componentes passivos como capacitores e indutores, até componentes não lineares como transistores, diodos, etc. Além destes aspectos, freqüentemente apresentam laços de realimentação e topologias relativamente complexas. Deste modo, as ferramentas de simulação devem partir de um acoplamento tal entre as equações do circuito externo de alimentação e dispositivo eletromagnético que garanta flexibilidade ao programa e, principalmente, robustez ao método de resolução.

Tendo em vista o mencionado, algoritmos para resolução de problemas envolvendo acoplamento de dispositivos eletromagnéticos e seus circuitos externos de alimentação vêm sendo desenvolvidos pelo laboratório GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos – EEL/UFSC). A versão inicial deste programa, EFCIR, trata de dispositivos eletromagnéticos estáticos modelados por

elementos finitos bidimensionais alimentados por circuitos monofásicos de alimentação [2]. O domínio de estudo é definido com o auxílio dos pré-processadores EFD e EFM, pertencentes ao programa EFCAD. A partir destes programas, são declaradas as propriedades físicas dos materiais, as condições de contorno, a geometria, etc. O equacionamento do circuito externo é realizado automaticamente em função de suas variáveis de estado, a partir da declaração de sua topologia. O acoplamento direto entre as estruturas torna possível a resolução simultânea do sistema de equações, o que garante a robustez do método [2]. As não-linearidades dos materiais do circuito magnético são consideradas a partir da inclusão de suas respectivas curvas B-H.

Uma das limitações da primeira versão é a aplicação em dispositivos eletromagnéticos com múltiplos enrolamentos, como no caso de transformadores trifásicos. As pesquisas seguintes ampliaram a abrangência do programa EFCIR para estruturas polifásicas garantindo-se a independência linear entre as equações do sistema [3].

No decorrer dos estudos, tornou-se possível o estudo de estruturas que incluem movimento rotacional à velocidade constante, sendo criado o programa EFROT. A modelagem de máquinas girantes foi possível com o emprego da técnica conhecida como Banda de Movimento [4], [5], [6]. Com o emprego de condições de periodicidade e anti-periodicidade, os nós criados à medida que o rotor se desloca são referenciados a nós antigos. Desta forma, conserva-se a dimensão do sistema final de equações, poupando-se esforço computacional.

Como contribuição ao software EFROT, propõe-se a implementação do acoplamento mecânico ao sistema conversor estático/dispositivo eletromagnético. Assim sendo, o programa terá a capacidade de reproduzir a interação entre grandezas elétricas, magnéticas e mecânicas, de modo a possibilitar o estudo do comportamento dinâmico de máquinas elétricas girantes, tais como transitórios de partida e oscilações de carga. O trabalho é fundamentado no uso do Método do Tensor de Maxwell para o cálculo do torque eletromagnético e sua posterior utilização no equacionamento mecânico.

A título de validação, um servomotor do tipo *CC sem escovas* é empregado. Para o propósito de análise das grandezas mecânicas, este tipo de servomotor possibilita um controle relativamente simples de posição e de velocidade, favorecendo a comparação entre dados simulados e medidos. A leitura de posição do

rotor é fornecida por um sensor do tipo *resolver*. Tal sensor possibilita a medida contínua e precisa da posição.

De acordo com o exposto anteriormente, a divisão dos capítulos do presente trabalho de dissertação se faz da seguinte forma:

Primeiramente, são discutidos aspectos gerais referentes a motores síncronos a ímãs permanentes. São expostos desde alguns fatores ligados às características construtivas, como tipo de materiais magnéticos, tipo de magnetização dos ímãs, etc., até a análise simplificada do comportamento destas máquinas.

No segundo capítulo, é feita uma rápida revisão da formulação empregada que trata do acoplamento direto entre dispositivo eletromagnético e circuito de alimentação. Enfatiza-se a automatização do processo de resolução, o que dispensa o conhecimento *a priori* das grandezas relacionadas ao circuito externo.

No terceiro capítulo, a implementação do movimento é abordada. Os métodos da Banda de Movimento e Tensor de Maxwell são discutidos. A seguir, evidencia-se o acoplamento do equacionamento mecânico ao sistema.

Por fim, no quarto capítulo, é apresentada a metodologia de validação dos resultados obtidos. Explora-se o tipo de sensor de posição empregado bem como o modelo de acionamento do motor e tratamento das medidas.

# **CAPÍTULO 1: SERVOMOTOR CC SEM ESCOVAS:**

## **VISÃO GERAL**

### **1.1 INTRODUÇÃO**

A evolução dos acionamentos em razão do avanço da tecnologia dos semicondutores de potência, e a redução de seus custos de desenvolvimento e produção, tornaram possível a utilização eficiente de motores não convencionais, que antes eram limitados a usos específicos devido ao elevado custo, em um maior número de aplicações. Como exemplo pode-se citar os motores de ímãs permanentes sem escovas, que hoje são amplamente utilizados em acionadores de discos rígidos de microcomputadores, em máquinas ferramentas e nos automóveis, além de aplicações aeroespaciais. Este tipo de motor se subdivide em duas classes: os motores de corrente contínua sem escovas (*brushless dc motors – BLDC*) e os motores de corrente alternada sem escovas (*brushless ac motors – BLAC*), dependendo se o formato da força contra-eletromotriz é trapezoidal ou senoidal, respectivamente. Este último também é conhecido como servomotor síncrono a ímãs permanentes (SSIP). Percebe-se na literatura algumas variações quanto à nomenclatura destes motores. Segundo [7], os BLDC's recebem este nome devido a alguns aspectos comuns com os motores CC clássicos, como a relação entre torque/corrente e tensão/velocidade. Outros autores, porém, se referem ao BLDC como sendo um servomotor síncrono a ímãs permanentes com força contra-eletromotriz trapezoidal (SSIPT) [8]. Dependendo do enfoque, alguns textos utilizam o termo genérico “servomotor síncrono a ímãs permanentes” (SSIP) como referência a ambos os modelos (BLAC e BLDC). Neste trabalho, estas duas classes de motores serão tratadas com distinção.

### **1.2 COMPARAÇÃO ENTRE SERVOMOTORES SÍNCRONOS A ÍMÃS PERMANENTES E SERVOMOTORES TRADICIONAIS**

Cada tipo de servoacionamento apresenta suas características próprias determinadas pelo tipo de servomotor e circuito eletrônico de acionamento. Os tipos de

acionamento podem ser divididos em três grupos: servoacionamento CC, servoacionamento CA assíncrono e servoacionamento CA síncrono.

O tradicional motor CC com escovas apresenta vantagens frente aos motores CA quando comparamos seus respectivos circuitos de acionamento e controle, por exemplo, a simplicidade e o baixo custo. Todos estes benefícios se devem, principalmente, ao fato de a velocidade ser diretamente proporcional à tensão de armadura e não à frequência, já que circuitos controladores de tensão são mais simples e baratos que circuitos de controle de frequência.

As desvantagens do servomotor CC estão ligadas principalmente ao fato de que a corrente de armadura é transmitida por meio de escovas e de um comutador mecânico, sendo inerente os seguintes problemas: desgaste e necessidade de manutenção frequente; dificuldade em gerar altos torques com a máquina parada devido ao aquecimento localizado do comutador; problemas na geração de elevados torques em altas velocidades devido à produção de arcos e ruído eletromagnético. Um outro aspecto negativo está relacionado com seu comportamento dinâmico, sendo limitado pela alta inércia do rotor e pelas limitações de corrente.

No grupo dos servoacionamentos CA assíncronos encontram-se os motores de indução. Estes motores, se comparados aos motores CC, apresentam maior robustez, simplicidade e baixo custo de construção e manutenção. Estes fatores fazem com que a máquina assíncrona seja amplamente utilizada em acionamentos com velocidade constante. Entretanto, a sua utilização em servoacionamentos com controle em malha fechada necessita de circuitos mais complexos, geralmente utilizando microprocessadores rápidos ou DSP (*Digital Signal Processor*). O servomotor de indução quase sempre precisa de algum tipo de ventilação forçada pelo fato de o calor gerado no rotor ser de difícil dissipação, assim como nos motores CC.

Os servomotores síncronos a ímãs permanentes, BLDC e BLAC, pertencem à classe dos servoacionamentos CA síncronos. São de pequeno tamanho e têm alta relação torque/volume, competindo diretamente com os motores de indução para faixa de potência entre 1 – 10kW. Acima desta faixa, o tamanho dos ímãs eleva os custos de produção deste tipo de motor, tornando inviável a sua utilização. O SSIP possui maior eficiência, maior relação torque por ampère e maior fator de potência, pois praticamente não tem perdas no rotor e não requer qualquer corrente de magnetização.

Considerando-se motores de indução e SSIP's de iguais dimensões, o rendimento e o fator de potência são da ordem de 20 a 50% maiores nos SSIP's. Em decorrência do melhor rendimento, os circuitos retificador e inversor do SSIP são de menor porte. A eficiência deste tipo de motor varia de 90 a 96% e a do acionamento gira em torno de 97%, oferecendo uma eficiência total maior do que qualquer outro conjunto motor-acionamento. Os enrolamentos se encontram no estator, onde o calor pode ser removido mais facilmente. Estas características levam o SSIP a se tornar a melhor opção em sistemas onde se exige elevado desempenho dinâmico, como em robótica e máquinas ferramentas, ou em aplicações aeroespaciais, onde os aspectos de baixo peso e volume são essenciais.

É importante notar que, apesar das várias pesquisas sobre motores não convencionais em nível mundial, nenhum motor desenvolvido até o momento tem condições de suplantar o motor de indução em termos de relação custo/desempenho em aplicações gerais.

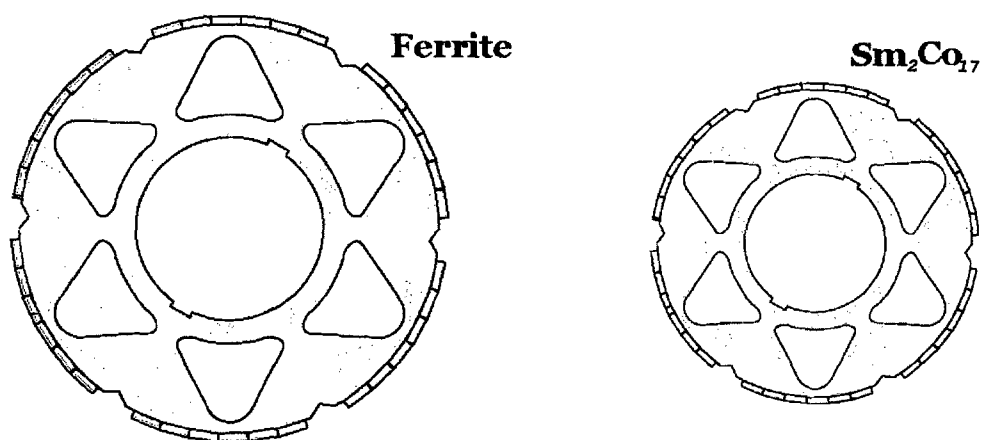
1.3 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS MAGNÉTICOS PARA ÍMÃS PERMANENTES

O sucesso das pesquisas e desenvolvimento de novos materiais para ímãs impulsionou sua utilização em servomotores síncronos. Atualmente, os SSIP's de utilização geral são fabricados com ligas de Neodímio-Ferro-Boro, cuja principal qualidade é o alto produto energético. Entretanto, são consideravelmente mais caros e apresentam tendência à corrosão, devido à presença do Ferro. Um breve resumo das propriedades de alguns ímãs comerciais é abordado na Tabela 1.

TABELA 1:

<i>Propriedade</i>	<i>Unidade</i>	<i>Alnico</i>	<i>Ferrite</i>	<i>Sm<sub>2</sub>Co<sub>17</sub></i>	<i>NdFeB</i>
$B_r$	$T$	1.35	0.405	1.06	1.12
$\mu_0 H_c$	$T$	0.074	0.37	0.94	1.06
$(BH)_{max}$	$kJ/m^3$	59.7	30.6	206.9	238.7
$\mu_{rec}$		1.9	1.1	1.03	1.1
$B_r = f(temperatura)$	$\%/^{\circ}C$	-0.02	-0.2	-0.025	-0.1

Na Figura 1, comparam-se as dimensões do rotor de dois servomotores com ímãs distintos para as mesmas condições de fluxo e de correntes, ou seja, de torque. O servomotor cujo rotor é constituído por terras raras (Samário-Cobalto), tem um diâmetro consideravelmente menor do que um servomotor com Ferrite [22].



**Figura 1: Dimensões do rotor de dois servomotores com ímãs distintos.**

Os ímãs cerâmicos e de NdFeB são sensíveis à temperatura e cuidados especiais com relação à desmagnetização devem ser tomados para operação em temperaturas acima de 100°C. Para temperaturas elevadas, geralmente são empregados ímãs de Alnico e de Samário-Cobalto.

### **1.3.1 FAIXA DE TEMPERATURA EM SERVIÇO**

Com o objetivo de proteger os ímãs contra a degradação da densidade de indução remanente, a escolha do material e do volume do ímã é determinada com base na mais elevada temperatura de operação. Felizmente, os SSIP's têm perdas rotóricas muito baixas e facilidade de refrigeração devido à estreita camada do estator. Como resultado, estes motores operam geralmente a temperaturas inferiores a 100°C. A Figura 2 apresenta o comportamento de alguns ímãs comerciais para as temperaturas de 25 e 125°C.

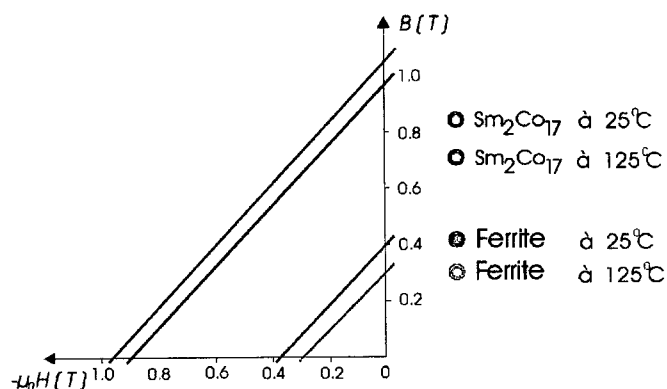


Figura 2: Comportamento de alguns ímãs comerciais para as temperaturas de 25 e 125°C.

### 1.3.2 SUSCEPTIBILIDADE ÀS CONDIÇÕES DE FALTA

Os ímãs podem ser desmagnetizados por correntes de falta como, por exemplo, correntes de curto-circuito provocadas por falha na operação dos inversores. Geralmente, este problema é contornado com medidas de proteção tomadas no inversor e no circuito de controle, aumentando-se a liberdade na escolha do tipo de ímã para o motor. Mas existe uma situação específica onde o curto-circuito é tomado como medida preventiva contra sobrecargas, conhecida como freio dinâmico. Neste caso, o aquecimento produzido pode levar à queima e ao rompimento da isolamento e, conseqüentemente, ao curto-circuito entre espiras ou enrolamentos. Portanto, em tais casos, a integridade dos ímãs é assegurada pela escolha de materiais com coercitividade suficiente para operação com segurança na região de desmagnetização.

### 1.4 ANÁLISE DO PONTO DE OPERAÇÃO DOS ÍMÃS PERMANENTES

Nas máquinas a ímãs permanentes, assim como nas máquinas síncronas tradicionais, a defasagem entre os campos (também conhecida como ângulo de carga), para um funcionamento estável, deve permanecer entre 0 e 90 graus elétricos, como mostrado na Figura 3.

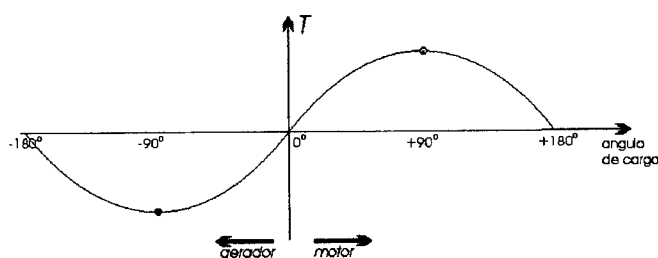


Figura 3: Relação torque  $\times$  ângulo de carga.



No funcionamento como motor, um ângulo de carga maior que  $90^\circ$  acarreta a perda de sincronismo. Para um ângulo de carga igual a  $0^\circ$ , cada pólo sul do rotor localiza-se inteiramente sob um pólo norte do estator e vice-versa, correspondendo à operação dos ímãs no primeiro quadrante do laço de histerese, onde campo magnético e indução circulam no mesmo sentido. No ponto crítico ( $90^\circ$ ), cada pólo do rotor situa-se exatamente entre dois pólos do estator, onde metade do ímã opera no primeiro quadrante do laço de histerese e a outra metade no segundo quadrante. Entre estes dois pontos, uma atenção especial é dada à região situada no segundo quadrante, também chamada de “curva de desmagnetização”. Um dos objetivos de projeto do motor é garantir que, em condições normais e em determinados níveis de sobrecarga, o ponto de operação destas regiões dos ímãs se situe a uma distância segura do campo coercitivo,  $H_c$ , com o intuito de proteger os ímãs da desmagnetização permanente. A Figura 4 ilustra, qualitativamente, a mudança do ponto de operação para ímãs de diferentes coercitividades, para o mesmo aumento da força magnetomotriz, na região de desmagnetização. O ponto de operação dos ímãs é determinado em função de seu laço de histerese, que depende exclusivamente dos ímãs, e da reta de carga, que é a mesma para ambos, considerando o emprego do mesmo circuito magnético. Nota-se que o material “2” é completamente desmagnetizado com a mudança no ponto de operação, enquanto a remanência do material “1”, de maior coercitividade, não é afetada.

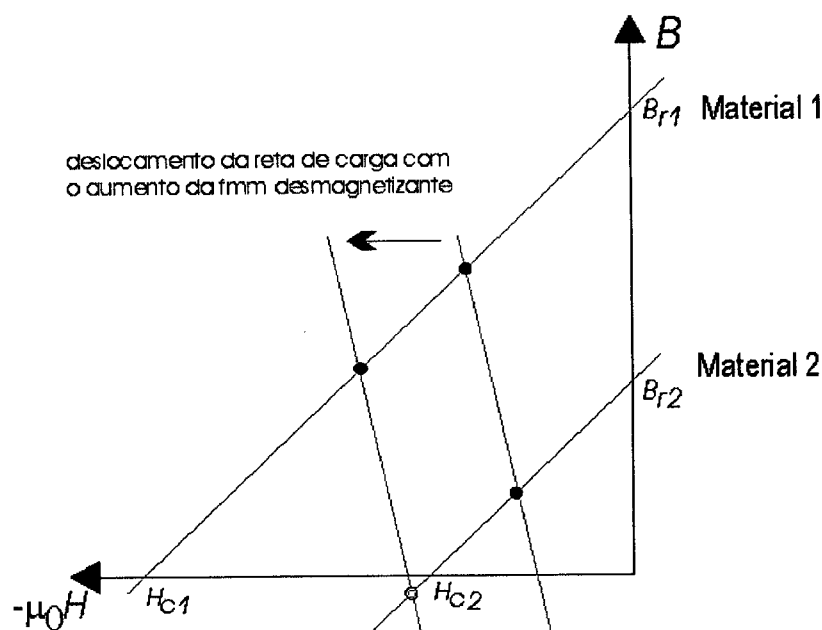


Figura 4: Ponto de operação dos ímãs em função da força magnetomotriz desmagnetizante.

## 1.5 INFLUÊNCIA DO TIPO DE MAGNETIZAÇÃO DOS ÍMÃS NA DISTRIBUIÇÃO DE FLUXO NO ENTREFERRO

Existe um grande número de variações na disposição e no tamanho dos ímãs empregados em SSIP's [9]. Estes aspectos são determinantes no rendimento, desempenho e, sobretudo, na técnica de servo-acionamento.

O trabalho desenvolvido está relacionado a motores CC sem escovas trifásicos, com ímãs montados superficialmente.

Para SSIP's com ímãs colocados na superfície do rotor existe a possibilidade de magnetização paralela ou radial. Na Figura 5, ilustra-se uma máquina de dois pólos. A distribuição do fluxo no entreferro da máquina é aproximadamente retangular ou senoidal, dependendo se a magnetização dos ímãs é radial ou paralela, respectivamente.

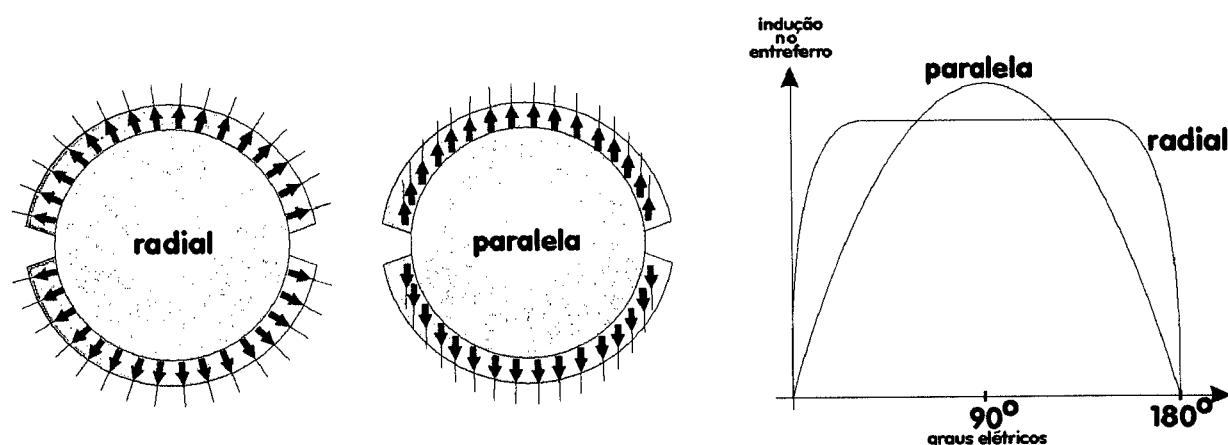


Figura 5: Magnetização paralela e radial.

Contudo, como pode ser observado na Fig. 6, na máquina de quatro pólos, a magnetização paralela já não conduz a uma distribuição de fluxo senoidal, pois as linhas paralelas tornaram-se, sensivelmente, mais radiais. A magnetização radial, por sua vez, continua levando a uma distribuição retangular. Então, pode-se concluir que a magnetização radial levará sempre a uma distribuição quase retangular do fluxo independentemente do número de pólos, enquanto a magnetização paralela tende a distribuir o fluxo tanto mais retangular quanto maior for o número de pólos.

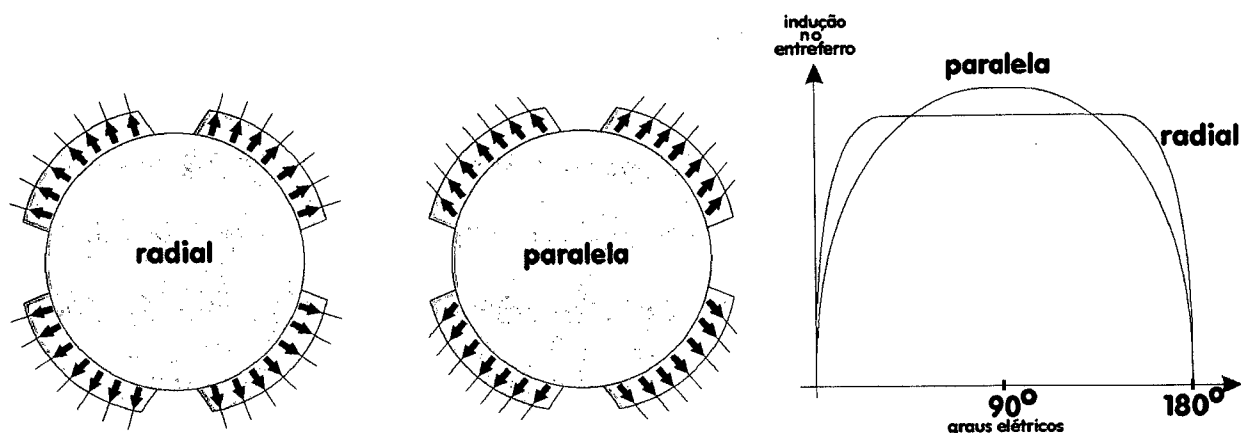


Figura 6: Magnetização paralela e radial – Máquina de quatro pólos.

## 1.6 BLAC E BLDC: ANÁLISE COMPARATIVA

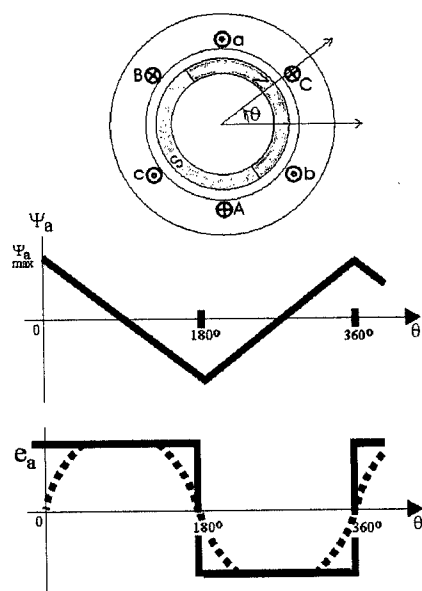
O servomotor síncrono a ímãs permanentes e o servomotor CC sem escovas apresentam muitas semelhanças, sendo tratados sem distinção em algumas ocasiões [19]. Ambos têm ímãs no rotor e requerem corrente, de certa forma, alternada nos enrolamentos do estator para produção de torque. No entanto, algumas “pequenas” diferenças, relacionadas a aspectos construtivos, são determinantes no desempenho de cada um destes motores e conduzem a estratégias de operação e controle distintas, cada qual com suas vantagens e desvantagens. Estas características construtivas visam à produção de forças contra-eletromotrizes peculiares [7] [10] [11], como visto a seguir.

### 1.6.1 FORMATO DAS FORÇAS CONTRA-ELETROMOTRIZES

O servomotor CC sem escovas apresenta fcm com formato trapezoidal. Este formato é determinado em função da variação linear dos enlaces de fluxo das fases do estator, em meio período elétrico, provenientes dos ímãs, com relação à posição espacial do rotor. As características construtivas que resultam neste comportamento são as seguintes:

- ✓ *ímãs e ranhuras sem inclinação;*
- ✓ *distribuição simétrica dos ímãs;*
- ✓ *enrolamentos concentrados com passo pleno;*
- ✓ *ímãs com magnetização radial;*
- ✓ *ímãs com magnetização paralela em máquinas com, no mínimo, quatro pólos.*

Na Fig. 7, ilustra-se um BLDC, funcionando como gerador em vazio, com as características mencionadas anteriormente. A linha tracejada, com aspecto trapezoidal, na curva da  $f_{cem}$  representa a tendência real considerando o espraio nas extremidades dos ímãs.

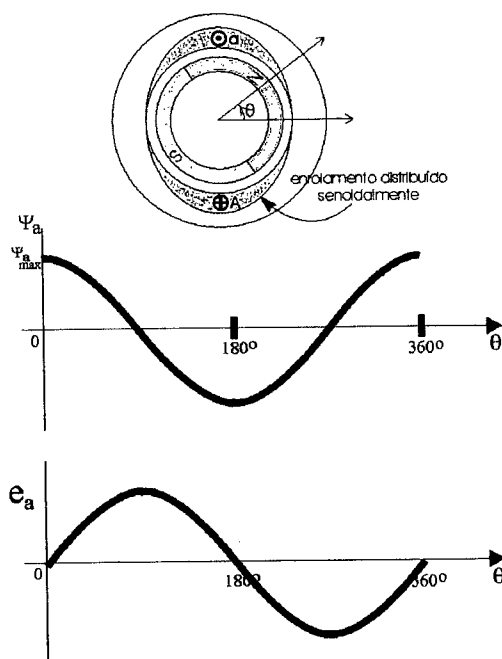


**Figura 7: BLDC – enlaces de fluxo e  $f_{cem}$**

No caso do BLAC, os enlaces de fluxo das fases do estator com relação à posição espacial do rotor variam de forma senoidal (ver Figura 8). Suas características construtivas, citadas a seguir, são combinadas entre si de tal modo que o conteúdo harmônico da  $f_{cem}$  seja significativamente reduzido:

- ✓ ímãs e/ou ranhuras inclinadas;
- ✓ distribuição assimétrica dos ímãs;
- ✓ enrolamentos distribuídos;
- ✓ ímãs com magnetização radial ou paralela;
- ✓ rotor com leve saliência entre os ímãs (ímãs com forma de paralelepípedos).

Esta última é utilizada, principalmente, em decorrência da dificuldade de se construir ímãs em forma de arcos, sendo empregada também nos BLDC's com, no mínimo, 6 pólos.



**Figura 8: BLAC – enlaces de fluxo e fem**

A inclinação das ranhuras e/ou ímãs, e também ímãs espaçados de forma não uniforme são comumente utilizados. Diferentemente do BLDC, a versão senoidal opera como uma máquina de campo girante e requer formas de onda senoidais da tensão e corrente no estator para a produção de torque constante, como será visto adiante.

### 1.6.2 EQUAÇÕES DE TORQUE E TENSÃO

Nesta seção, serão analisadas as equações simplificadas de torque e tensão de motores CC sem escovas. Demonstra-se que o comportamento do torque e da força contra-eletromotriz destes motores é semelhante ao dos motores CC tradicionais (com escovas).

Como mencionado anteriormente, os motores CC sem escovas são caracterizados por fem's trapezoidais, ou idealmente retangulares, devido à distribuição linear dos enlaces de fluxo. Para o motor de dois pólos apresentado na Fig. 7, a fem na fase  $a$ , por exemplo, é expressa como:

$$e_a = -\frac{\partial \Psi_a}{\partial t} = -\frac{\partial \Psi_a}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial \Psi_a}{\partial \theta} \omega, \quad (1)$$

onde  $\Psi_a$  é o enlace de fluxo da fase  $a$ ,  $\theta$  é a posição relativa do rotor e  $\omega$ , a velocidade angular.

O trecho linear do enlace de fluxo da fase  $\alpha$ , para o intervalo entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$  é dado por:

$$\Psi_a(\theta) = \left[ 1 - \frac{\theta}{\pi/2} \right] \Psi_{a_{\max}}, \quad (2)$$

onde o enlace máximo de fluxo,  $\Psi_{a_{\max}}$ , pode ser aproximado por:

$$\Psi_{a_{\max}} = N_a B_g \pi r l, \quad (3)$$

sendo  $N_a$  o número de espiras da fase  $\alpha$ ,  $B_g$  o módulo da indução na camada definida na região central do entreferro,  $r$  a distância desta última à origem e  $l$  a profundidade.

A força contra-eletromotriz pode, enfim, ser reescrita em função de (2) e (3):

$$e_a = 2N_a B_g l r \omega, \quad (4)$$

Esta última expressão representa a magnitude da fcm ilustrada na Figura 7.

Os motores CC sem escovas operam com duas fases ativas e uma inativa em cada seqüência de operação, como será visto no final deste capítulo. O torque eletromagnético, então, pode ser representado, a partir da potência elétrica fornecida por duas fases, como:

$$P = \omega T_e = 2eI, \quad (5)$$

sendo  $e$  e  $I$  a força contra-eletromotriz e a corrente em uma das fases ativas, respectivamente.

Substituindo-se (4) em (5), obtém-se a seguinte relação para o torque eletromagnético:

$$T_e = 4NB_g l r I. \quad (6)$$

Reescrevendo-se (4) e (6), tem-se:

$$e = \frac{1}{2} K \Phi \omega, \quad (7)$$

$$T_e = K \Phi I, \quad (8)$$

onde  $K = 4N / \pi$  e  $\Phi = B_g r \pi l$ .

Desprezando-se a queda de tensão nos interruptores de potência, a tensão nos terminais do motor pode ser expressa como:

$$V = e_s + RI, \quad (9)$$

onde  $V$  é a tensão de alimentação e  $R$  é a soma das resistências de dois enrolamentos em série, assim como  $e_s$  é a soma das fcm's. A relação entre torque e velocidade é obtida a partir das equações (7) (8) e (9):

$$\omega = \frac{V}{K\Phi} \left[ 1 - \frac{T}{K\Phi} \frac{R}{V} \right]. \quad (10)$$

Nota-se, enfim, que o comportamento de motores BLDC é similar ao de motores CC *shunt* tradicionais. A velocidade é essencialmente controlada pela atuação na tensão de alimentação. Com o aumento da tensão de alimentação, a corrente nos enrolamentos se eleva, adaptando o torque à velocidade. O aumento do torque de carga conduz a um decréscimo de velocidade proporcional à resistência e ao torque.

A equação (5), escrita genericamente, assume o seguinte aspecto:

$$T_e = \frac{(e_a \cdot i_a + e_b \cdot i_b + e_c \cdot i_c)}{\omega}, \quad (11)$$

onde:

- $e_a, e_b, e_c$  - forças contra-eletromotrizes nas fases;
- $i_a, i_b, i_c$  - correntes nas fases.

Pela expressão (11), conclui-se que a operação a uma velocidade constante, isenta de oscilações de torque, leva a estratégias de acionamento distintas, dependendo do formato das forças contra-eletromotrizes. Nos motores CC sem escovas, como já mencionado, a fcm é trapezoidal; sendo assim, a produção de torque constante depende da aplicação de correntes com formas de onda quadradas e em fase com as respectivas fcm's. Já nos BLAC's, as correntes devem ser senoidais.

### 1.6.3 HARMÔNICOS DE TORQUE

Os efeitos decorrentes de harmônicos de torque são particularmente indesejáveis em aplicações específicas onde o controle preciso de velocidade e posição são essenciais.

As ondulações de torque geram flutuações de velocidade deteriorando a dinâmica do sistema, além de produzirem ruído acústico e vibrações mecânicas. Existem várias fontes geradoras de harmônicos de torque nos motores BLDC e BLAC. Dentre as

mais comuns citam-se: o *cogging torque*, ou torque ondulante, o torque oriundo de harmônicos de enlases de fluxo e os harmônicos causados pelo circuito de acionamento em conjunto com a influência da comutação das correntes entre as fases [12] [13] [14].

O *cogging torque* é criado pela interação entre as irregularidades do entreferro, devido às ranhuras, e o campo magnético provenientes dos ímãs. Esta componente de torque independe das correntes estatóricas. Suas pulsações ocorrem a uma frequência em função do número de ranhuras, dado pela equação (12):

$$f_{cogging} = \omega \cdot N_r, \quad (12)$$

onde:

- $f_{cogging}$  - frequência de oscilação do *cogging torque*;
- $\omega$  - velocidade angular mecânica;
- $N_r$  - número de ranhuras do estator.

O *cogging torque* é a principal desvantagem dos BLDC's frente aos BLAC's em sistemas de controle de posição ou em baixas velocidades pois nos BLAC's, o *cogging torque* praticamente inexistente [15]. Esta componente de torque é praticamente desprezível em BLDC's de grande porte [16]. Os harmônicos de frequências inferiores resultam de interação entre ímãs desbalanceados magneticamente.

No BLDC ideal, a densidade de fluxo é constante sobre os pólos, passando a zero entre os mesmos e assumindo polaridade oposta no pólo adjacente. Na prática, o espriamento gera deformações também na parte plana da fcm, gerando harmônicos de enlace de fluxo, que por sua vez criam uma fonte adicional de torque ondulante sobre o torque mútuo [13]. Os harmônicos de enlases de fluxo podem alcançar de 2 a 4% do torque nominal e o *cogging torque* gira em torno de 3% [12].

A impossibilidade de se injetar correntes perfeitamente retangulares nos enrolamentos do estator provém do fenômeno da comutação [17]. A comutação da corrente entre as fases do estator requer um tempo mínimo, durante o qual o torque sofre brusca queda, alcançando em certos casos até 25% do torque em regime e com frequência seis vezes maior que a frequência elétrica do estator [12]. Isto se deve às indutâncias dos enrolamentos e à diferença entre a tensão do barramento CC e a força contra-eletromotriz, que limitam a taxa de variação da corrente. Adicionalmente, durante



a comutação entre as chaves do mesmo braço do inversor, o circuito de acionamento faz uso do chamado *tempo morto*, o que acarreta um aumento de depressão no torque.

### 1.7 CONFIGURAÇÕES UNIPOLAR E BIPOLAR EM MOTORES BLDC

Na configuração bipolar as chaves conectam as fases ora ao barramento  $+E$ , ora ao terminal de referência (Fig. 9). As fases são geralmente conectadas a um ponto neutro comum. Dependendo de como os transistores são chaveados, a corrente nos enrolamentos pode circular tanto num sentido como no oposto; eis a razão da denominação *bipolar*.

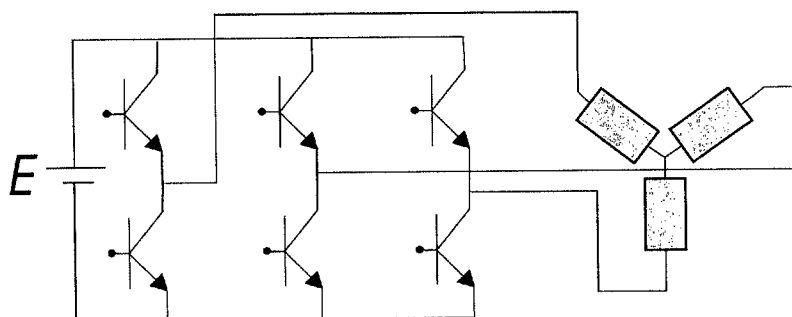


Figura 9: Configuração Bipolar

A configuração unipolar (Fig. 10) é mais conveniente em sistemas de baixa tensão que requerem correntes elevadas, como em aplicações automotivas, devido à possibilidade de menor dissipação de potência. Ao contrário da configuração anterior, existe somente uma chave em série com as fases do estator, o que torna o sentido da corrente unidirecional. O fato de se utilizar metade das chaves é interessante em aplicações de potências elevadas onde os custos dos componentes e a complexidade dos circuitos envolvidos são relevantes. Uma desvantagem desta configuração é a necessidade de mais cobre e ferro para motores de mesma potência, uma vez que, em qualquer instante de tempo, somente uma fase é acionada.

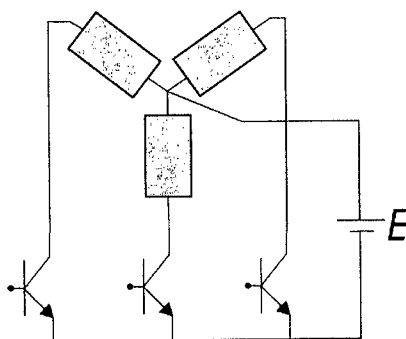
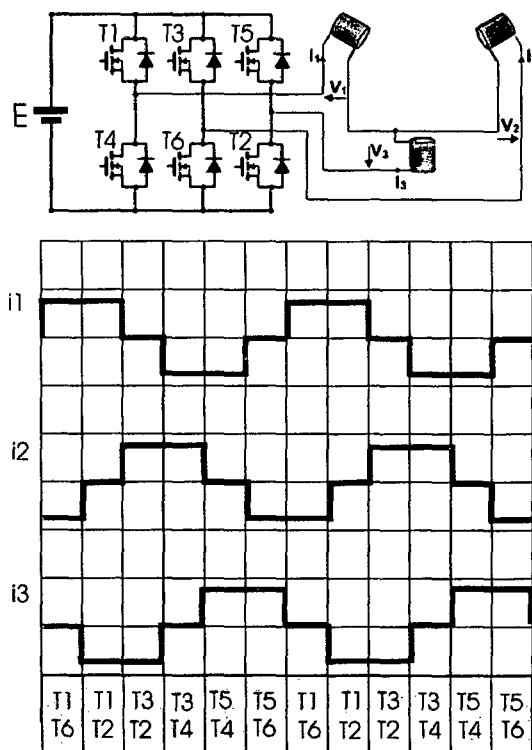


Figura 10: Configuração unipolar

## 1.8 TÉCNICAS COMUNS DE ACIONAMENTO

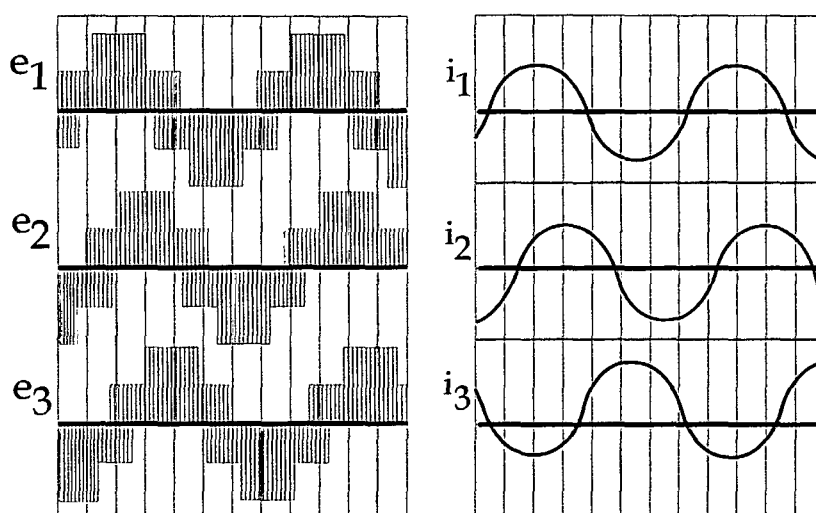
As características que dão destaque a estes motores frente aos motores convencionais, como o desempenho dinâmico com precisão no controle de posição e velocidade, estão intimamente relacionadas com o tipo de acionamento e sensores de posição/velocidade envolvidos. O controle busca, basicamente, injetar corrente nas fases em função da fcm do respectivo tipo de motor.

Nos motores CC sem escovas, emprega-se o chamado “modo de condução de 120°” (também denominado *six step*: seis seqüências de chaveamento em um período elétrico) visto na Fig. 11. Em qualquer posição do rotor, uma fase conduz corrente no sentido positivo, outra no sentido negativo e a terceira permanece inativa. A produção de torque depende, portanto, de duas fases. Cada chave do inversor permanece ligada por 120° elétricos, provendo, idealmente, corrente contínua ao enrolamento correspondente durante este intervalo. Os circuitos de controle típicos [18] possuem um laço interno que controla a corrente nas duas fases ativas pela aplicação correta de tensão ao estator. O controle de tensão é usualmente realizado por *Chopper* ou por PWM, sendo este último amplamente utilizado em sistemas de baixa potência. Um resistor *shunt* é geralmente colocado no barramento CC para prover a realimentação de corrente deste laço interno. Um laço externo controla a velocidade do motor aplicando a referência correta de corrente ao laço interno. As correntes são comutadas às fases corretas baseadas na posição do rotor. Como a comutação entre as fases ocorre a cada 60° elétricos, a informação de posição não requer sensores de alta precisão, sendo comumente utilizados os circuitos de efeito *hall* e contadores bidirecionais de giro (*encoders*) de pequena resolução.



**Figura 11: Modo de condução de 120°**

Nos motores CA sem escovas, utiliza-se o modo de condução de 180°, onde cada chave conduz durante metade do período. Nestes motores não há fase inativa, sendo o torque composto pela contribuição das três fases (Fig. 12).



**Figura 12: Modo de condução de 180°**

O controle comumente utilizado nestes motores possui dois laços independentes que monitoram as componentes de eixo direto e de quadratura da

corrente, conhecido como “controle vetorial”. A componente de quadratura é controlada para se alcançar o torque desejado. A componente de eixo direto é usualmente forçada a zero, mas também pode ser controlada a fim de se obter elevadas velocidades com a técnica de enfraquecimento de campo [19], ou seja, operação com potência constante acima da velocidade nominal. Um terceiro laço externo, que comanda a velocidade, cria a referência de torque. O controle eficaz destes motores é feito com modulação do tipo PWM e exige sensores de maior precisão, como os *resolvers* e *encoders* de alta resolução.

## 1.9 CONCLUSÃO

Neste capítulo, foram apresentados alguns conceitos básicos e características principais para o estudo de servomotores CC sem escovas. Aspectos gerais envolvendo os materiais utilizados, rendimento, custo, desempenho, etc, foram facilmente absorvidos através de um estudo paralelo aos servomotores CA sem escovas, embora não seja este o tipo de motor alvo deste trabalho. As equações de torque e força eletromotriz foram expostas de maneira simplificada para fins de comparação e analogia com motores CC tradicionais. A origem e a influência dos principais harmônicos de torque, que degeneram o desempenho destes motores, foram brevemente discutidas. Por fim, foram comentados os tipos de acionamentos comumente empregados na indústria.

## **CAPÍTULO 2: ACOPLAMENTO ENTRE DISPOSITIVO ELETROMAGNÉTICO E CIRCUITO EXTERNO**

### **2.1 INTRODUÇÃO**

Como mencionado no início deste trabalho, a análise de sistemas, principalmente de servoacionamentos onde a topologia dos circuitos é relativamente complexa, exige ferramentas de simulação versáteis e robustas. Para tanto, neste capítulo serão tratados os princípios que descrevem uma metodologia de forte acoplamento entre estruturas eletromagnéticas modeladas por elementos finitos e circuitos externos de alimentação.

### **2.2 MODELAGEM DE CIRCUITOS EXTERNOS**

Os circuitos de alimentação podem conter diversos elementos em sua estrutura, como componentes ativos e passivos, lineares ou não. Sua modelagem é desenvolvida com auxílio da Teoria de Grafos em conjunto com a Teoria de Circuitos Elétricos. A partir da declaração da topologia do circuito, todas as grandezas elétricas podem ser calculadas aplicando-se as teorias mencionadas.

Inicialmente, o processo de equacionamento do circuito ocorre com a declaração da posição relativa dos componentes através de seus nós. De posse destas informações, é possível, então, compor sua matriz de incidência [20]. A automatização do processo é, em parte, vinculada à aplicação do algoritmo de Welsh sobre a matriz de incidência, pela qual determina-se uma possível árvore do circuito com os correspondentes elementos ramo e elo, bem como as matrizes de laços fundamentais,  $B_1$ , e de cortes fundamentais,  $K_2$  [3].

$$[v_e] = -B_1 [v_r] \quad (13)$$

$$[i_r] = -K_2 [i_e] \quad (14)$$

A matriz de laços fundamentais relaciona as tensões entre elementos ramo e elementos elo para cada caminho fechado do circuito, traduzindo-se na Lei de Kirchhoff das Malhas. Analogamente, a matriz de cortes fundamentais relaciona as

correntes entre elementos ramo e elo para cada nó do circuito, referindo-se à Lei de Kirchhoff dos Nós.

Das equações apresentadas acima, apenas uma delas deve ser incorporada ao equacionamento do circuito, considerando-se a complementaridade de seus princípios.

Elementos de circuito como capacitores e fontes de tensão são preferencialmente arbitrados como elementos ramo, pois nestes elementos a tensão é mais facilmente determinável que a corrente. O oposto ocorre em elementos como indutores, fontes de corrente e enrolamentos, sendo naturalmente candidatos a elos de circuito. A escolha preferencial de determinados elementos do circuito a ramos ou a elos é determinada durante a formação da matriz de incidência do circuito, haja vista que o algoritmo de Welsh atribui, preferencialmente, a ramos os primeiros elementos inseridos nesta matriz, e a elos os últimos elementos. Desta forma, os dados de entrada para a formação da matriz de incidência seguem a seguinte prioridade: fontes de tensão, capacitores, interruptores, resistores, indutores, enrolamentos e, finalmente, fontes independentes de corrente. Como exemplo, o circuito da figura 13 representa a escolha dos elementos ramo e elo de acordo com a seqüência de entrada adotada.

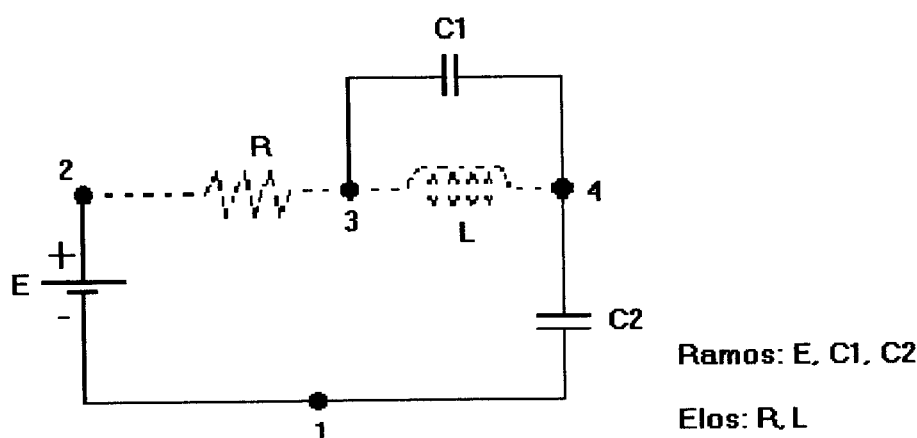


Figura 13: Circuito exemplo para definição dos elementos ramo e elo

Os interruptores são modelados de forma binária, apresentando resistência pequena quando em condução ou elevada quando bloqueados. As transições de estados são feitas automaticamente e o tipo de monitoramento depende do modelo do interruptor: diodos, tiristores, transistores ou tiristores duais.

O aspecto final das equações do circuito é representado no espaço de variáveis de estado, a saber, tensão nos capacitores ramo e corrente nos indutores elo, sendo expressas como:

$$\frac{d}{dt} X = G_1 X + G_2 E + G_3 I, \quad (15)$$

onde:

- $X$  - vetor de variáveis de estado do circuito;
- $G_1$  - matriz que relaciona as variáveis de estado do circuito às suas derivadas;
- $G_2$  - matriz que relaciona as fontes independentes do circuito elétrico às derivadas de suas variáveis de estado;
- $E$  - vetor de fontes independentes presentes no circuito;
- $G_3$  - matriz que relaciona as correntes nos enrolamentos do dispositivo às derivadas das variáveis de estado do circuito elétrico;
- $I$  - corrente nos enrolamentos do dispositivo eletromagnético.

Fisicamente, o acoplamento entre circuito elétrico e dispositivo eletromagnético se dá em termos de seus terminais comuns. Portanto, é conveniente que se formule as grandezas elétricas, comuns aos dois sistemas, vistas tanto pelo circuito elétrico como pelo dispositivo eletromagnético. Do ponto de vista do circuito, tem-se:

$$U = G_4 X + G_5 E + G_6 I, \quad (16)$$

onde:

- $U$  - vetor das tensões nos enrolamentos do dispositivo eletromagnético;
- $G_4$  - matriz que relaciona as tensões nos enrolamentos do dispositivo às variáveis de estado do circuito elétrico;
- $G_5$  - matriz que relaciona as tensões nos enrolamentos do dispositivo às fontes independentes do circuito elétrico;
- $G_6$  - matriz que relaciona as tensões às correntes nos enrolamentos do dispositivo.

É interessante notar que, em circuitos contendo interruptores, as matrizes  $G_1$  a  $G_6$  são automaticamente alteradas a cada transição de estado.

### 2.3 MODELAGEM DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS

Os dispositivos eletromagnéticos são representados pelas equações de Maxwell, simplificadas para os fenômenos de baixa frequência, onde a corrente de deslocamento pode ser desprezada frente à corrente de condução. Isto implica na divisão da abrangência das equações em dois grupos principais: eletrostática e magnetismo. Assim sendo, o conjunto de equações de Maxwell e relações complementares abordadas são:

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad (17)$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (18)$$

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (19)$$

$$\text{div}\vec{D} = 0 \quad (20)$$

$$\vec{B} = \mu(\vec{H})\vec{H} + \vec{B}_0 \quad (21)$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad (22)$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}. \quad (23)$$

Utiliza-se, ainda, em conjunto com as demais equações, o conceito de potencial vetor magnético,  $\vec{A}$ , o que possibilita a análise de domínios incluindo a presença de correntes.

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}. \quad (24)$$

A representação em duas dimensões do campo magnético e da indução magnética é efetuada no plano  $Oxy$  [1]. Conseqüentemente, o potencial vetor, assim como a corrente elétrica, apresenta componente somente na direção  $z$ . Portanto, neste caso, estas grandezas podem ser consideradas como escalares.

$$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} \quad (25)$$

$$\vec{A} = A\vec{k} \quad (26)$$

$$\vec{J} = J\vec{k}. \quad (27)$$



O condicionamento dos campos magnéticos, tanto nas fronteiras entre materiais distintos como nos limites do domínio de estudo, é atribuído à imposição das condições de contorno de Neumann e Dirichlet, o que confere uma distribuição dos campos mais próxima da real. Adicionalmente, em estruturas simétricas, o domínio pode ser reduzido consideravelmente pela aplicação conveniente destas condições de contorno, diminuindo a dimensão e o tempo de resolução do sistema de equações.

Outro aspecto relevante, que também proporciona a redução do domínio, é a aplicação das condições de (anti)periodicidade em estruturas providas de repetição geométrica. Em estruturas caracterizadas pela presença de periodicidade, são aplicados potenciais iguais às fronteiras que delimitam as porções periódicas. No caso de estruturas antiperiódicas, são impostos potenciais simétricos, ou seja, iguais em módulo e sinais contrários. O estudo de toda a estrutura pode, portanto, ser resumido ao estudo de uma de suas porções (anti)periódicas.

As estruturas eletromagnéticas podem conter condutores do tipo fino e/ou maciço. A diferença entre estes condutores se deve à relação entre a frequência dos campos a que estão submetidos e a seção transversal dos condutores. Os condutores onde a penetração dos campos não sofre atenuação considerável ao longo de sua seção, ou seja, quando a profundidade de penetração dos campos é muito maior que as dimensões transversais do condutor, são denominados de *condutores finos*, ou *multifilamentares*. Neste tipo de condutor, supõe-se que a corrente elétrica flui uniformemente ao longo de sua seção.

$$U_f = R_f I_f + N_{co} \frac{L}{S_f} \iint_{S_f} \frac{\partial A}{\partial t} ds, \quad (28)$$

onde:

$U_f$  - diferença de potencial no conjunto dos  $N_{co}$  condutores finos [V];

$R_f$  - resistência total dos  $N_{co}$  condutores finos [ $\Omega$ ];

$I_f$  - corrente elétrica [A];

$N_{co}$  - número de condutores finos;

$L$  - profundidade do condutor [m];

$S_f$  - seção do conjunto dos  $N_{co}$  condutores finos [ $m^2$ ].

Nos fenômenos onde a profundidade de penetração e as dimensões transversais dos condutores são da mesma ordem de grandeza, torna-se considerável o efeito pelicular, sendo os condutores denominados *maciços*. Nestes casos, a distribuição das correntes pela seção transversal não é uniforme.

$$U_m = R_m I_m + R_m \iint_{S_m} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} ds, \quad (29)$$

onde:

$U_m$  - diferença de potencial entre os terminais do condutor [V];

$R_m$  - resistência do condutor, em corrente contínua [ $\Omega$ ];

$I_m$  - corrente elétrica [A];

$S_m$  - seção transversal do condutor [ $m^2$ ].

As equações diferenciais que regem o comportamento dos dispositivos eletromagnéticos são discretizadas utilizando o Método de Elementos Finitos. Neste trabalho, são utilizados elementos triangulares de primeira ordem e como resultado do processo de discretização, é obtido o seguinte sistema de equações:

$$\mathbf{M} \mathbf{A} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{I}_f - \mathbf{P}' \mathbf{U}_m = \mathbf{D} \quad (30)$$

$$\mathbf{Q}' \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \mathbf{R}' \mathbf{I}_m = \mathbf{U}_m \quad (31)$$

$$\mathbf{Q} \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \mathbf{R}_r \mathbf{I}_f + \mathbf{L} \frac{d}{dt} \mathbf{I}_f = \mathbf{U}_r, \quad (32)$$

onde:

- $\mathbf{A}$  - vetor dos potenciais vetor magnético nos nós da malha de discretização;
- $\mathbf{I}_f$  - vetor das correntes nos condutores finos ou multifilamentares presentes na estrutura eletromagnética;
- $\mathbf{U}_m$  - vetor das tensões nos terminais dos condutores maciços.

As demais matrizes são obtidas durante o processo de montagem das contribuições elementares que decorrem do método de Elementos Finitos:

- **M** - matriz relacionada à permeabilidade magnética;
- **N** - matriz relacionada à condutividade elétrica;
- **P** - matriz que relaciona a corrente imposta no elemento aos nós que o delimita;
- **P'** - matriz que relaciona a corrente induzida no elemento aos nós que o delimita;
- **D** - vetor relacionado à imantação remanente;
- **Q'** - matriz de enlace de fluxo nos condutores maciços;
- **R'** - matriz de resistências, em corrente contínua, dos condutores maciços;
- **I<sub>m</sub>** - vetor das correntes nos condutores maciços;
- **Q** - matriz de enlace de fluxo nos condutores finos;
- **R<sub>f</sub>** - matriz de resistências, em corrente contínua, dos enrolamentos de condutores finos;
- **L** - matriz de indutâncias de cabeça de bobina de condutores finos;
- **U<sub>f</sub>** - tensão nos terminais dos enrolamentos de condutores finos;

Os condutores maciços são considerados conectados entre si através de curto-circuito. Assim sendo, o sistema anterior assume o seguinte aspecto:

$$\mathbf{M} \mathbf{A} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{I} = \mathbf{D} \quad (33)$$

$$\mathbf{Q} \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \mathbf{R} \mathbf{I} + \mathbf{L} \frac{d}{dt} \mathbf{I} = \mathbf{U}, \quad (34)$$

sendo **I** e **U** o vetor das correntes e tensões, respectivamente, nos enrolamentos de condutores finos.

## 2.4 ACOPLAMENTO DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS E CIRCUITOS EXTERNOS

A união entre os sistemas é realizada de forma direta por intermédio das correntes e tensões comuns a ambos. Desta forma, o sistema completo que descreve o comportamento de estruturas eletromagnéticas e circuitos elétricos acoplados é descrito pelas equações (35), (36) e (37). A equação (35) representa o dispositivo eletromagnético. O acoplamento entre circuito e dispositivo eletromagnético é realizado

em termos da tensão nos enrolamentos finos, comuns a ambos, igualando-se as equações (16) e (34). Finalmente, a última equação, (37), modela o circuito elétrico externo.

$$\mathbf{M} \mathbf{A} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{I} = \mathbf{D} \quad (35)$$

$$\mathbf{Q} \frac{d}{dt} \mathbf{A} + (\mathbf{R} - \mathbf{G}_6) \mathbf{I} + \mathbf{L} \frac{d}{dt} \mathbf{I} - \mathbf{G}_4 \mathbf{X} = \mathbf{G}_5 \mathbf{E} \quad (36)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} - \mathbf{G}_1 \mathbf{X} - \mathbf{G}_3 \mathbf{I} = \mathbf{G}_2 \mathbf{E}. \quad (37)$$

O método de recorrência de Euler é utilizado para discretização das derivadas temporais presentes no sistema de equações, sendo solucionado passo a passo no tempo. Colocando-se o sistema na forma matricial, o conjunto de equações a ser solucionado numericamente assume o seguinte aspecto:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} + \frac{\mathbf{N}}{\Delta t} & -\mathbf{P} & 0 \\ \frac{\mathbf{Q}}{\Delta t} & \mathbf{R} + \frac{\mathbf{L}}{\Delta t} - \mathbf{G}_6 & -\mathbf{G}_4 \\ 0 & -\mathbf{G}_3 & \frac{1}{\Delta t} - \mathbf{G}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t) \\ \mathbf{I}(t) \\ \mathbf{X}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{N}}{\Delta t} & 0 & 0 \\ \frac{\mathbf{Q}}{\Delta t} & \frac{\mathbf{L}}{\Delta t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t - \Delta t) \\ \mathbf{I}(t - \Delta t) \\ \mathbf{X}(t - \Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{G}_5 \mathbf{E}(t) \\ \mathbf{G}_2 \mathbf{E}(t) \end{bmatrix}. \quad (38)$$

## 2.5 CONCLUSÃO

Foi exposta, neste capítulo, uma metodologia de acoplamento entre dispositivos eletromagnéticos, modelados por elementos finitos bidimensionais, e circuitos externos de alimentação. Em circuitos contendo interruptores, o equacionamento é determinado automaticamente a cada mudança de estado. Portanto, o conhecimento a priori das transições em chaves com comutação espontânea é dispensado, o que aumenta a praticidade do método. Um forte acoplamento é garantido

pela solução de um único sistema de equações decorrente da união das equações de campo e circuito através de suas grandezas comuns.

# **CAPÍTULO 3: MOVIMENTO E EQUACIONAMENTO MECÂNICO**

## **3.1 INTRODUÇÃO**

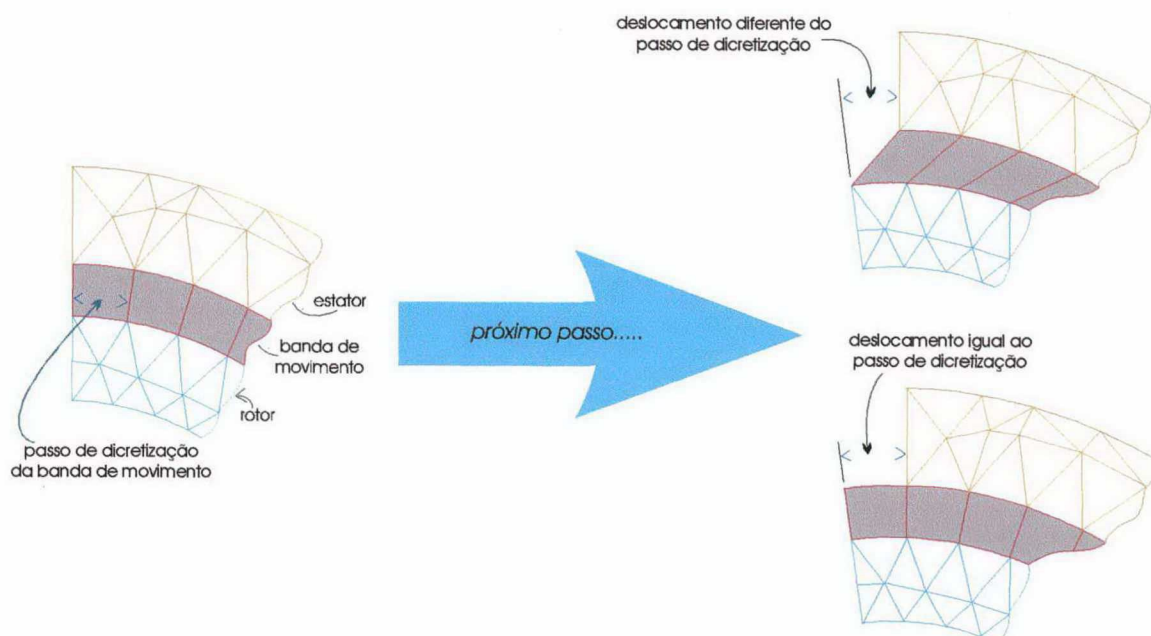
Neste capítulo, serão expostas a filosofia da técnica da Banda de Movimento para implementação do movimento em máquinas elétricas girantes, bem como do Método o Tensor de Maxwell para o cálculo do torque eletromagnético. Em seguida, dá-se destaque à inclusão da equação de oscilação mecânica de máquinas elétricas girantes ao método de resolução de problemas envolvendo dispositivos eletromagnéticos acoplados a circuitos elétricos externos.

## **3.2 MÉTODO DA BANDA DE MOVIMENTO**

As máquinas elétricas girantes são estruturas geométricas complexas, onde há variação de relutância do circuito com o deslocamento do rotor. Tal característica restringe a aplicação de métodos considerando movimento através da formulação  $\vec{v} \times \vec{B}$ . Em tais situações, o Método da Banda de Movimento é perfeitamente aplicável. Neste, a consideração do movimento é feita por meio da discretização, e não mais pela formulação.

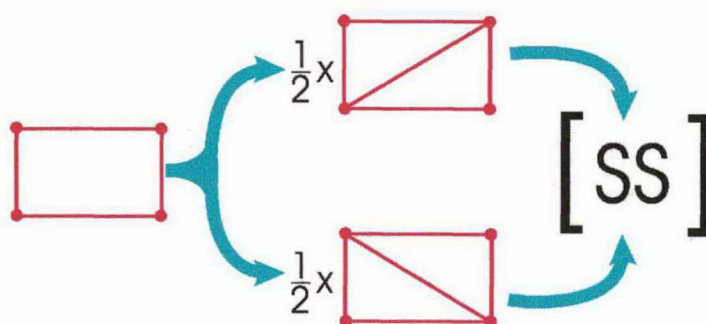
O Método da Banda de Movimento é um dos métodos onde o entreferro é discretizado. O método consiste na divisão do domínio em duas malhas: uma situada acima da Banda de Movimento, constituindo a parte fixa do domínio; e uma outra composta pela parte inferior, correspondente à parte móvel. Sua principal vantagem é a independência entre o passo de rotação e o passo de discretização, o que é imprescindível no caso de problemas contendo dispositivos semicondutores, onde o passo de cálculo muda frequentemente devido às transições de estados.

O deslocamento da parte móvel causa a deformação dos elementos da banda. Porém, existe uma situação especial, para velocidade constante e circuito isento de interruptores, onde esta deformação pode ser evitada. Nestes casos, há a possibilidade de se igualar o passo de discretização ao deslocamento efetuado em um passo de tempo (Figura 14).



**Figura 14: Caso com deformação e sem deformação dos elementos da banda**

A princípio, não há restrições quanto à forma do elemento da banda. É preferível, no entanto, a utilização de elementos retangulares no intuito de se amenizar o desequilíbrio de suas contribuições nodais, que por sua vez geram imprecisões no cálculo do potencial vetor. Uma outra fonte de erro considerável provém da deformação dos elementos da banda. No presente trabalho, são utilizados elementos quadriláteros cujas contribuições nodais são divididas em dois conjuntos de triângulos, como ilustrado na Figura 15:



**Figura 15: Contribuição dos elementos quadriláteros divididos em dois conjuntos de triângulos**

Com o deslocamento do rotor, são criados novos nós na Banda de Movimento (Figura 16). A alocação dinâmica das condições de (anti) periodicidade conserva o número de incógnitas do sistemas, qualquer que seja a posição.

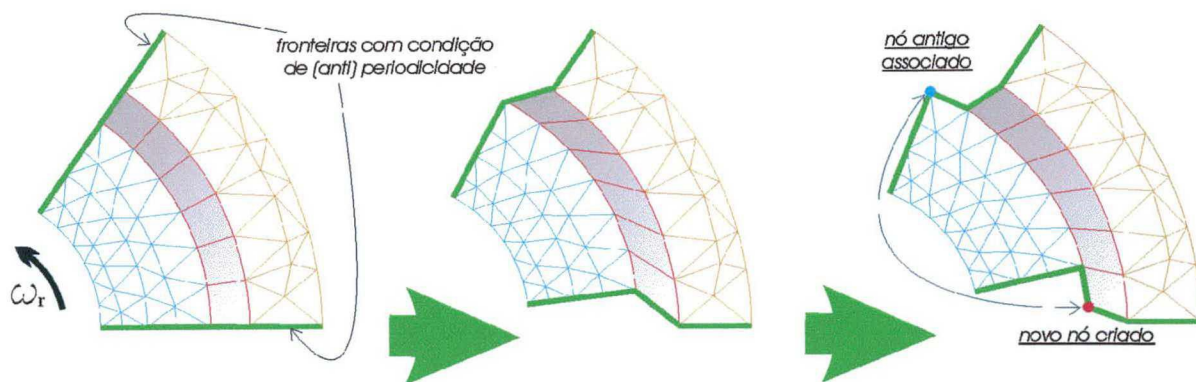


Figura 16: Condições de (anti) periodicidade.

### 3.3 EQUACIONAMENTO MECÂNICO

A implementação do equacionamento mecânico permite a análise transitória de máquinas elétricas girantes. Como exemplo, podemos citar o estudo de motores elétricos durante a partida e possíveis variações de carga, acionamento de motores síncronos alimentados por inversores, etc.

Quando a máquina funciona como gerador, sua equação mecânica é dispensável uma vez que não há variação de velocidade. Neste caso, a simulação é realizada impondo-se velocidade constante ao eixo da máquina. Em algumas situações especiais de máquinas funcionando como motor, o mesmo procedimento pode ser adotado, tais como o estudo de motores de indução em regime permanente, onde a velocidade permanece praticamente constante. Em tais situações, onde a velocidade é imposta e mantida constante durante o intervalo de simulação, a equação mecânica não é necessária para a análise do movimento, mas é importante quando desejamos determinar o torque eletromagnético desenvolvido pela máquina naquele ponto de operação. Algumas classes de máquinas elétricas, como as de relutância e certas máquinas a ímãs permanentes, apresentam um torque ondulante significativo, o que leva a variações consideráveis de velocidade, mesmo em regime permanente. Consequentemente, não é mais possível a simulação como motor pela imposição de velocidade, sendo necessária a inclusão da equação mecânica na resolução do sistema.

O comportamento mecânico de máquinas elétricas rotativas é descrito por uma relação do tipo [10]:

$$T_e - T_L = J \frac{\partial \omega_r}{\partial t} + B_m \omega_r, \quad (39)$$



onde:

- $T_e$  - torque eletromagnético [N.m];
- $T_L$  - torque de carga [N.m];
- $J$  - momento de inércia do rotor [kg.m<sup>2</sup>];
- $\omega_r$  - velocidade angular [rad/s];
- $B_m$  - coeficiente de atrito [N.m.s].

A introdução de (39) no programa permite o estudo do comportamento mecânico de motores elétricos considerando seus circuitos externos. A equação diferencial é solucionada a cada passo de cálculo,  $\Delta t$ , pelo Método de Euler, sendo expressa por:

$$\omega_r(t + \Delta t) = \omega_r(t) + \frac{[T_e - T_L - B_m \omega_r] \Delta t}{J}. \quad (40)$$

Geralmente, o coeficiente de atrito apresenta valores muito baixos, podendo ser desprezado na maioria dos casos. Os valores de momento de inércia, torque de carga e coeficiente de atrito são dados de entrada do programa. O torque eletromagnético é calculado por meio do Tensor de Maxwell, visto em maiores detalhes no tópico seguinte.

### 3.4 CÁLCULO DO TORQUE

#### 3.4.1 MÉTODO DO TENSOR DE MAXWELL

O Método do Tensor de Maxwell é um dentre os inúmeros métodos para o cálculo de torque eletromagnético. É classificado como um método direto em decorrência da utilização direta dos valores do potencial vetor para o cálculo da força.

O Tensor de Maxwell (Eq. 42) pode ser usado para o cálculo da força sobre estruturas envolvidas por ar ou por materiais de mesma permeabilidade magnética [1].

$$d\vec{F} = -\frac{\mu_0}{2} \vec{H}^2 d\vec{\Omega} + \mu_0 (\vec{H} \cdot d\vec{\Omega}) \vec{H}, \quad (41)$$

onde:

$\vec{F}$  - força [N];

$\mu_0$  - permeabilidade magnética do ar [H/m];

$\vec{H}$  - campo magnético [A/m];

$\Omega$  - superfície de integração [m<sup>2</sup>].

Nos casos bidimensionais, a superfície de integração é definida por uma linha no plano  $Oxy$ , multiplicada pela sua profundidade. Assim, (41) pode ser reescrita como:

$$d\vec{F} = dF_x \vec{i} + dF_y \vec{j}$$

$$d\vec{F} = \left[ \frac{\mu_0}{2} (H_x^2 - H_y^2) d\Omega_x + \mu_0 H_x H_y d\Omega_y \right] \vec{i} + \left[ \frac{\mu_0}{2} (H_y^2 - H_x^2) d\Omega_y + \mu_0 H_x H_y d\Omega_x \right] \vec{j}. \quad (42)$$

A partir da força, encontra-se o diferencial de torque pela relação:

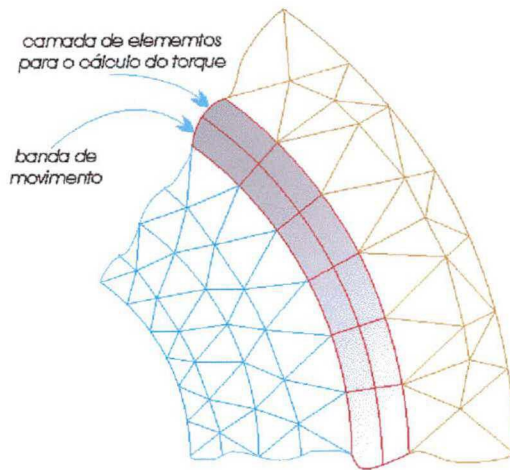
$$d\vec{T}_e = \vec{r} \times d\vec{F}. \quad (43)$$

Integrando-se (43) na superfície, obtém-se o torque total:

$$\vec{T}_e = l \int_{\Omega} (\vec{r} \times d\vec{F}) d\Omega, \quad (44)$$

onde  $l$  é a profundidade da superfície e  $\vec{r}$  é o braço de alavanca.

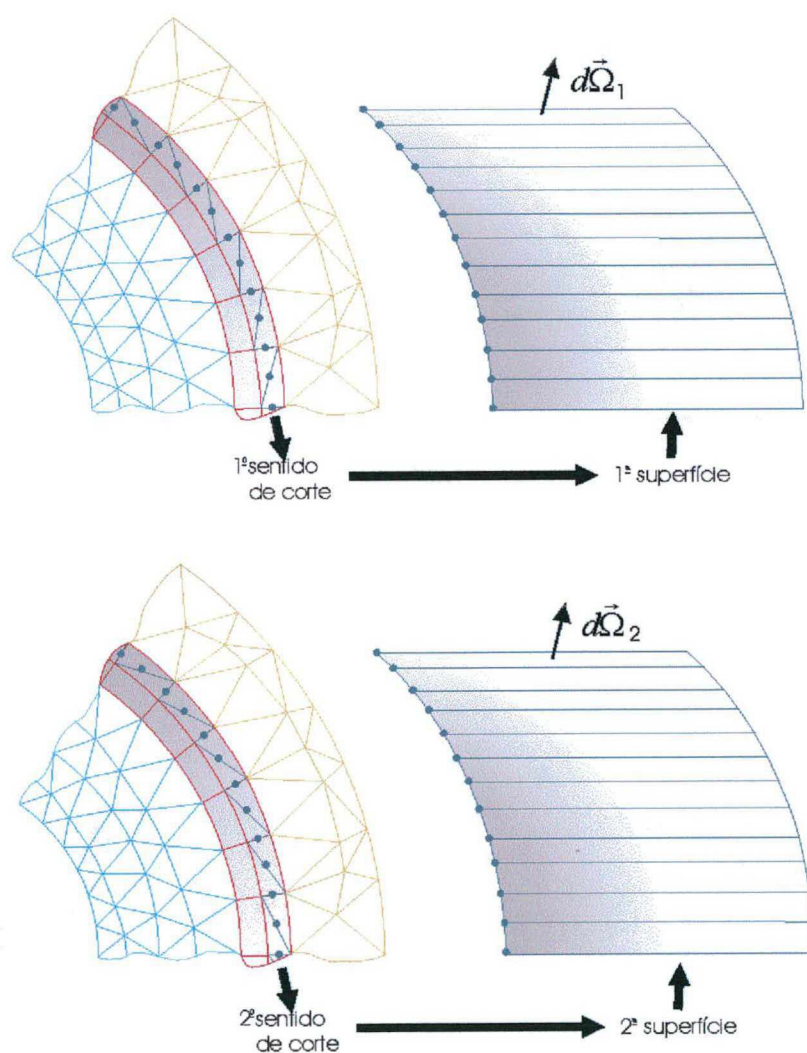
A superfície escolhida para o cálculo do torque é definida no entreferro da máquina. A princípio, a própria banda de movimento poderia ser utilizada para este fim. No entanto, a deformação dos elementos gera imprecisões no valor do potencial vetor, que por sua vez, são amplificadas no cálculo do campo magnético, levando a valores inconsistentes de torque. Como solução, adota-se uma segunda camada de elementos quadriláteros regulares acima da banda de movimento (Fig. 17):



**Figura 17: Superfície escolhida para o cálculo do torque.**

Para definição da superfície, cada elemento quadrilateral é decomposto em dois conjuntos de triângulos, sendo um conjunto para cada sentido de corte (Fig. 18). Cria-se, então, uma linha de integração para cada conjunto, passando pelos pontos médios das arestas dos triângulos. Deste modo, forma-se uma superfície para cada sentido de corte.

Para o cálculo numérico do torque, cada uma das duas superfícies formadas é dividida em elementos infinitesimais de área  $d\vec{\Omega}$ , cujas dimensões são dadas pela distância entre os pontos médios e a profundidade.



**Figura 18: Superfícies criadas para cada sentido de corte.**

O campo magnético nas direções  $x$  e  $y$  dentro de cada elemento quadrilateral é obtido pela média dos campos calculados nos seus quatro triângulos



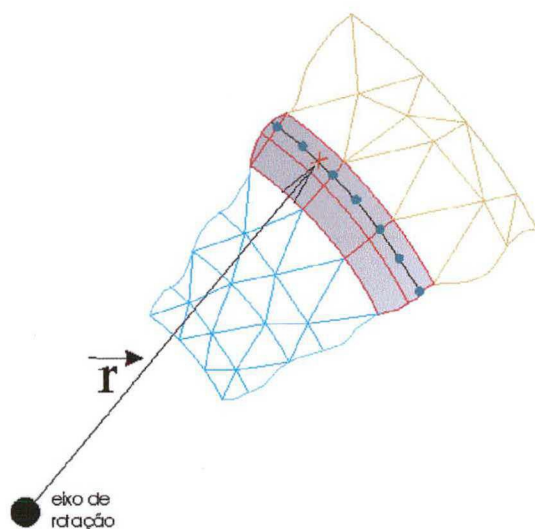
equivalentes (Fig. 19), lembrando que o campo magnético é constante dentro de cada elemento, uma vez que o potencial vetor é interpolado por funções lineares.

$$\text{Quadrilátero com } \vec{H} = \frac{1}{4} \text{Triângulo 1 com } \vec{H} + \frac{1}{4} \text{Triângulo 2 com } \vec{H} + \frac{1}{4} \text{Triângulo 3 com } \vec{H} + \frac{1}{4} \text{Triângulo 4 com } \vec{H}$$

**Figura 19: Cálculo do campo em função da média dos campos.**

Na sequência, o vetor de área,  $d\vec{\Omega}$ , e o correspondente campo magnético  $\vec{H}$ , são incorporados ao Tensor de Maxwell para obtenção do respectivo diferencial de força (Eq. 42).

O vetor braço de alavanca,  $\vec{r}$ , é a distância entre o eixo de rotação e o ponto central do elemento de área, como mostra a Figura 20.

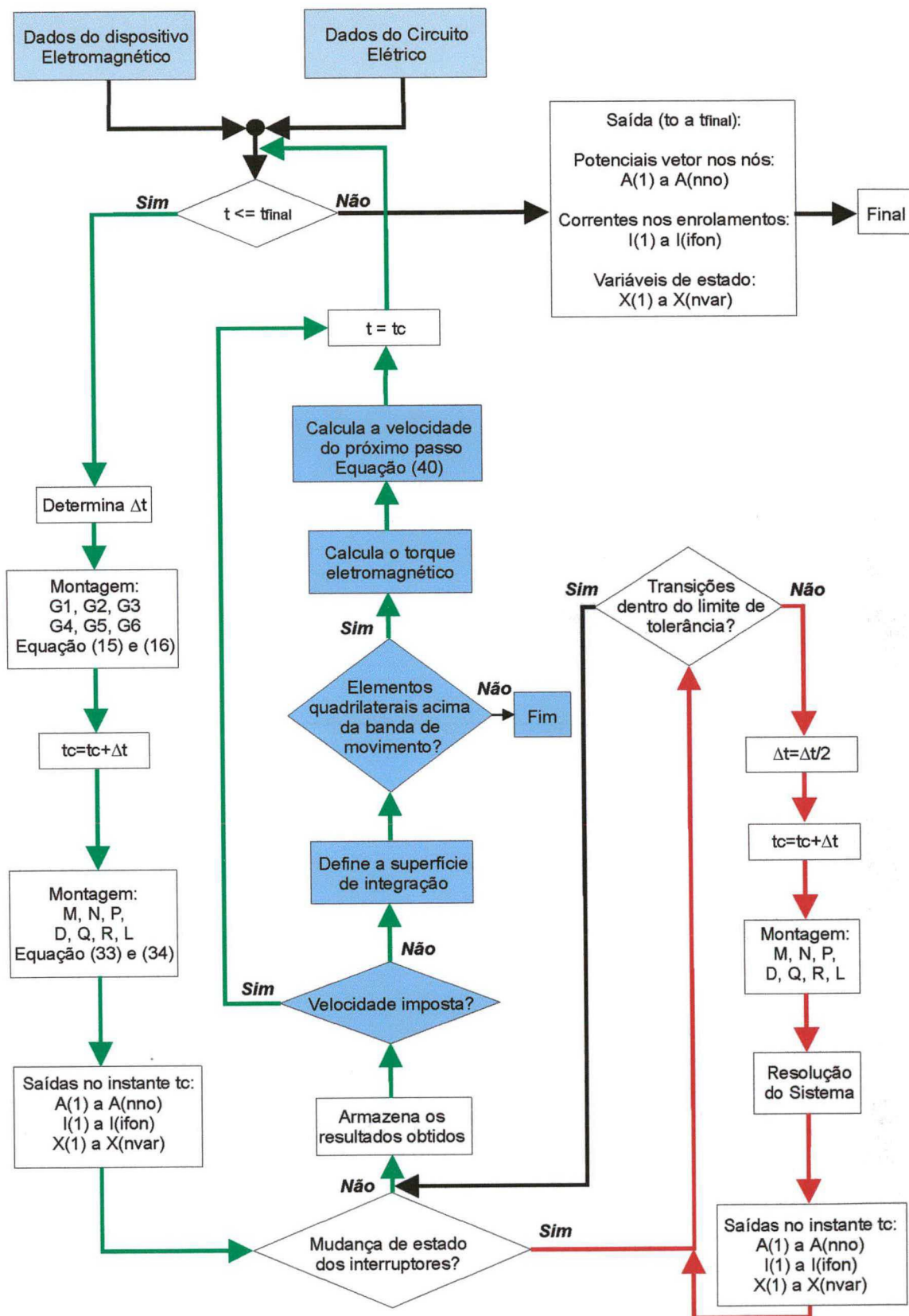


**Figura 20: Vetor braço de alavanca.**

Enfim, a componente diferencial de torque é calculada por (43) e o torque, para cada superfície, é dado pelo somatório destas componentes ao longo do entreferro. O torque total, então, é composto pela média dos torques nas duas superfícies de cálculo e em seguida aplicado à equação mecânica da máquina.

### 3.5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Uma visão geral do funcionamento do programa é fornecida no fluxograma da Figura 21.



**Figura 21: Fluxograma do programa**

No início da simulação são fornecidos os dados de entrada referentes à discretização da estrutura eletromagnética e ao circuito elétrico. A partir da estrutura eletromagnética são declaradas informações como os nós e o material de cada elemento, os nós com condição de (anti) periodicidade, os elementos associados aos enrolamentos, etc. Os dados do circuito elétrico abrangem a topologia do circuito, como os nós “de” e “para” de cada componente bem como o seu respectivo valor, pulsos de comando e frequência de chaveamento para os semicondutores controlados, etc.

A sequência do programa segue o fluxo em verde enquanto não há comutação, natural ou forçada, nos interruptores do circuito. Quando o programa reconhece alguma transição de estado através do monitoramento da tensão e corrente nos interruptores, a execução do programa é desviada para o fluxo em vermelho. Neste, o passo de cálculo é progressivamente dividido até que todas as transições ocorram dentro de uma tolerância pré-estabelecida, ou seja, que um diodo, por exemplo, seja bloqueado quando a tensão sobre ele seja negativa e que a corrente efetivamente se anule. O programa, então, retoma a sequência normal de execução.

Os blocos em azul destacam a contribuição deste trabalho. Estes blocos são executados quando, no início do programa, o usuário opta pelo cálculo sem imposição de velocidade.

### 3.6 CONCLUSÃO

Foram apresentados neste capítulo os princípios referentes à implementação do movimento com auxílio da técnica conhecida como Banda de Movimento. Com a aplicação das condições de (anti) periodicidade, conserva-se a dimensão do sistema, mesmo com a criação de novos nós. O Método do Tensor de Maxwell foi utilizado para o cálculo do torque eletromagnético. A superfície de integração utilizada para o cálculo do torque é definida acima da Banda de Movimento, por uma camada de elementos quadrangulares. Por fim, a equação de oscilação mecânica de máquinas elétricas girantes foi adicionada ao programa, o que permite a análise, por exemplo, de motores alimentados por inversores, oscilações de carga, etc.



## CAPÍTULO 4: VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA IMPLEMENTADA

### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, serão apresentados os aspectos referentes à medição e análise de grandezas elétricas e, sobretudo, mecânicas em máquinas elétricas acopladas a circuitos elétricos externos.

Primeiramente, é dada uma visão geral sobre as partes componentes da bancada de ensaios. O esquema simplificado do sistema pode ser visto na Fig. 22. As seqüências de chaveamento são programadas via software e seus pulsos de comando são enviados ao circuito inversor. Este, então, aciona as correspondentes fases do servomotor, que por sua vez, gira o seu eixo de um determinado ângulo. O deslocamento angular é convertido em sinal elétrico pelo sensor de posição, que o envia para um osciloscópio, onde é armazenado. Os dados adquiridos pelo osciloscópio são processados e convertidos, por software, em deslocamento.

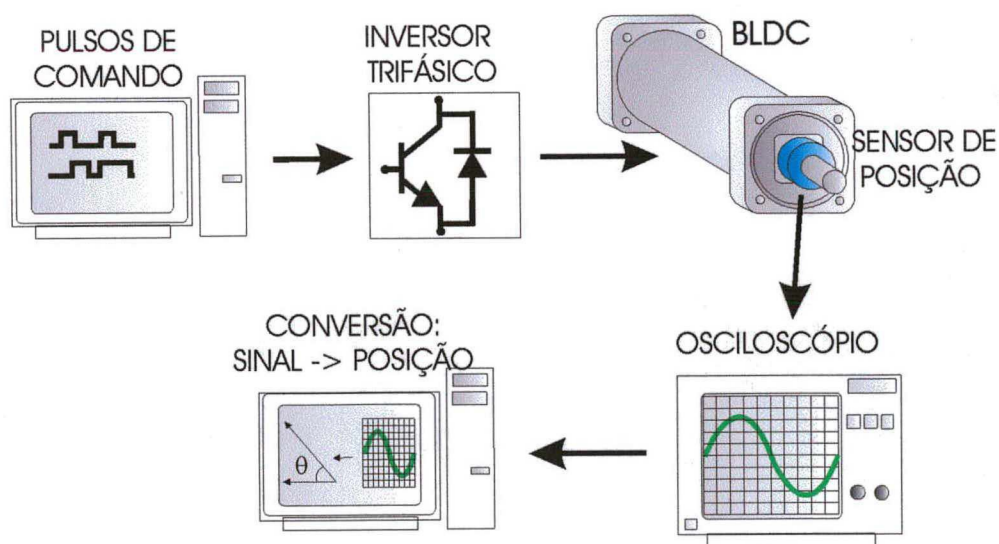


Figura 22: Esquema simplificado da bancada experimental

O servomotor utilizado foi do tipo CC sem escovas, descrito no capítulo I. Lembrando-se que o objetivo principal era obter as medidas de deslocamento, buscou-se um controle simples que permitisse a leitura precisa destes valores. Para tanto, o motor CC sem escovas foi operado, inicialmente, de forma semelhante a um motor de passo,

comutando-se as fases do estator de modo a deslocar o campo a passos discretos. Com isso, move-se o rotor pela ação do torque de alinhamento entre os campos do rotor e do estator. Em seguida, a lógica anterior foi estendida para um controle de velocidade

O controle de posição e velocidade é realizado em malha aberta com alimentação em tensão contínua sem modulação, no modo de operação de  $120^\circ$ , ou seja, duas fases em condução simultânea.

## 4.2 GERAÇÃO DOS PULSOS DE COMANDO

A lógica de acionamento do servomotor é realizada pelo software *Labview* [21]. O *Labview* é um ambiente de desenvolvimento baseado em programação gráfica G. É totalmente integrado para comunicação com hardware para aquisição e geração de sinais analógicos ou digitais.

A utilização desta ferramenta permite a implementação de inúmeras possibilidades de comando, uma vez que a lógica de acionamento é inteiramente programada via software. Deste modo, qualquer alteração no acionamento pode ser facilmente realizada por mudanças diretas no programa sem a necessidade de uma nova configuração de hardware, o que aumenta em muito a flexibilidade e funcionalidade no controle do servomotor.

## 4.3 TRATAMENTO DOS SINAIS DE POSIÇÃO

A qualidade das leituras de posição e velocidade está relacionada, principalmente, ao tipo de sensor empregado. Para os fins deste trabalho, o sensor deve oferecer precisão e continuidade das leituras de modo que a sua comparação com as simulações seja possível. O *resolver* é um dos modelos de sensor que cumpre estes requisitos. Basicamente, ele decompõe um ângulo mecânico em duas componentes ortogonais (Fig. 23).

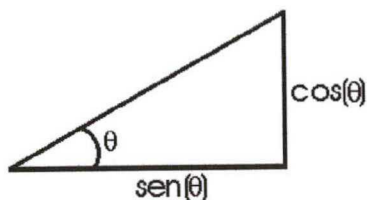
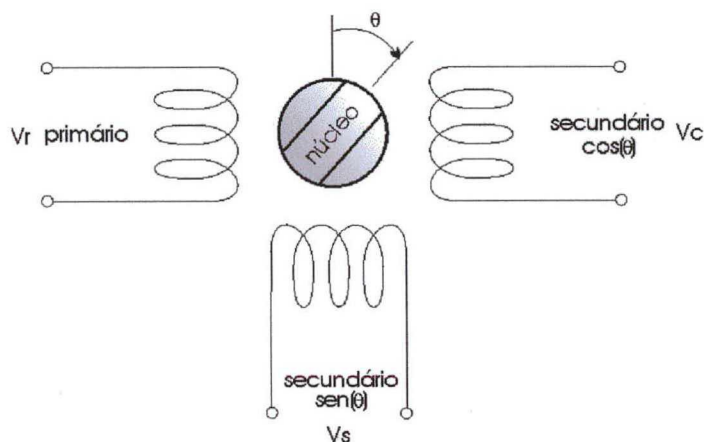


Figura 23: Decomposição de um ângulo através do *resolver*



Todos os sensores do tipo *resolver* produzem sinais proporcionais ao seno e ao cosseno do ângulo do rotor. Desde que cada valor de ângulo possui uma única combinação dos valores do seno e cosseno do mesmo, este produz uma informação de posição absoluta dentro de uma revolução do rotor ( $360^\circ$ ).

Eletricamente, o *resolver* tradicional é análogo a um transformador composto por um enrolamento primário e dois enrolamentos secundários, ambos fixos no estator (Fig. 24). O acoplamento magnético entre as bobinas do primário e do secundário varia de acordo com o seno e cosseno da posição angular do rotor. No enrolamento primário é conectado um sinal de referência, geralmente senoidal. A amplitude deste sinal de referência é então modulado pelo seno e cosseno do ângulo do rotor para produzir os sinais de saída nos dois secundários.



**Figura 24: Resolver**

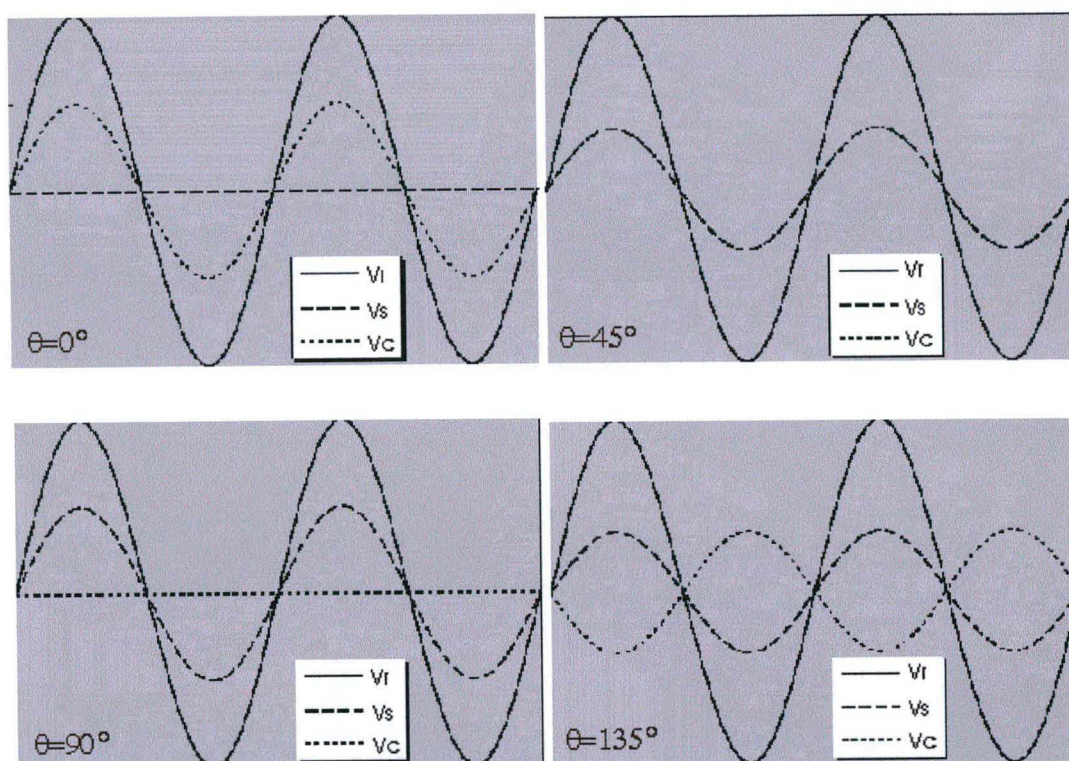
Para os *resolvers*, a razão de transformação,  $RT$ , é especificada no ponto de máximo acoplamento entre o primário e secundário. Na indústria, a razão de transformação padrão adotada é de 0,5. Os sinais de tensão nos secundários são expressos por:

$$\text{Secundário senoidal: } V_s = V_r \cdot RT \cdot \text{sen}(\theta) \quad (45)$$

$$\text{Secundário cossenoidal: } V_c = V_r \cdot RT \cdot \text{cos}(\theta), \quad (46)$$

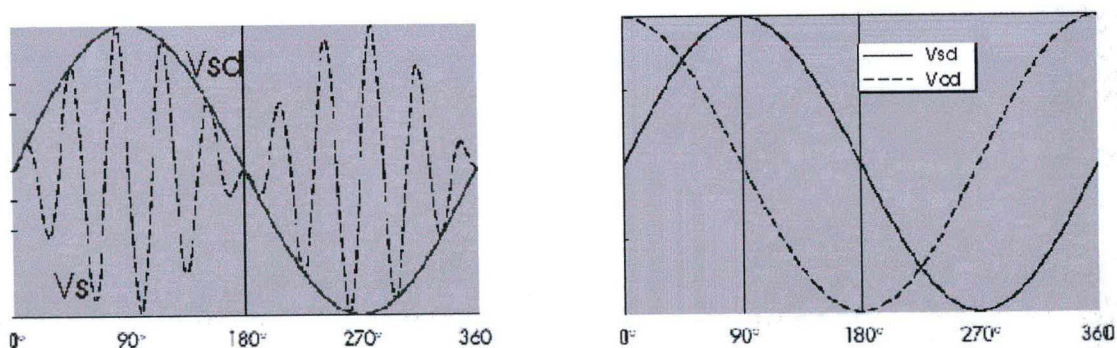
onde  $V_r$  é o sinal de referência,  $V_s$  é a saída senoidal,  $V_c$  é a saída cossenoidal e  $\theta$  é a posição angular do rotor.

Utilizando um *resolver* de forma tradicional, ou seja, alimentado-o com referência senoidal e com razão de transformação padrão, pode-se verificar, para alguns ângulos fixos, o aspecto de seus sinais de saída (Fig. 25):



**Figura 25:** Aspecto das saídas do *resolver* para algumas posições do rotor

A seguir, ilustra-se a envoltória dos sinais de saída para o rotor girando a uma velocidade fixa dez vezes menor que a frequência do sinal de excitação (Fig. 26):



**Figura 26:** Modulação e demodulação dos sinais de saída do *resolver*

O processo que traduz os sinais de saída em termos de suas envoltórias é conhecido como “demodulação”. Em aplicações práticas de servomecanismos, os sinais de saída do *resolver* são convertidos, em tempo real, para um sinal digital e em seguida demodulados por circuitos conhecidos como conversores R/D (*resolver/digital*) para, enfim, obter-se o correspondente sinal de posição. Neste trabalho, a demodulação dos sinais é realizada via software após a sua aquisição, com o auxílio do programa *MatLab*.



Enfim, após a demodulação dos sinais, a posição angular é calculada pela seguinte expressão:

$$\theta \equiv \arctan \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \arctan \frac{V_{sd}}{V_{cd}}, \quad (47)$$

onde  $V_{sd}$  e  $V_{cd}$  são, respectivamente, as saídas senoidais e cossenoidais demoduladas.

Os sinais coletados do *resolver* são armazenados num osciloscópio digital com elevada capacidade de memória (1024 kbytes).

#### 4.4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÕES

Para validar a metodologia implementada, um servomotor CC sem escovas e seu circuito inversor foram simulados e ensaiados (Fig. 27). Mais detalhes da bancada experimental podem ser observados no anexo II.

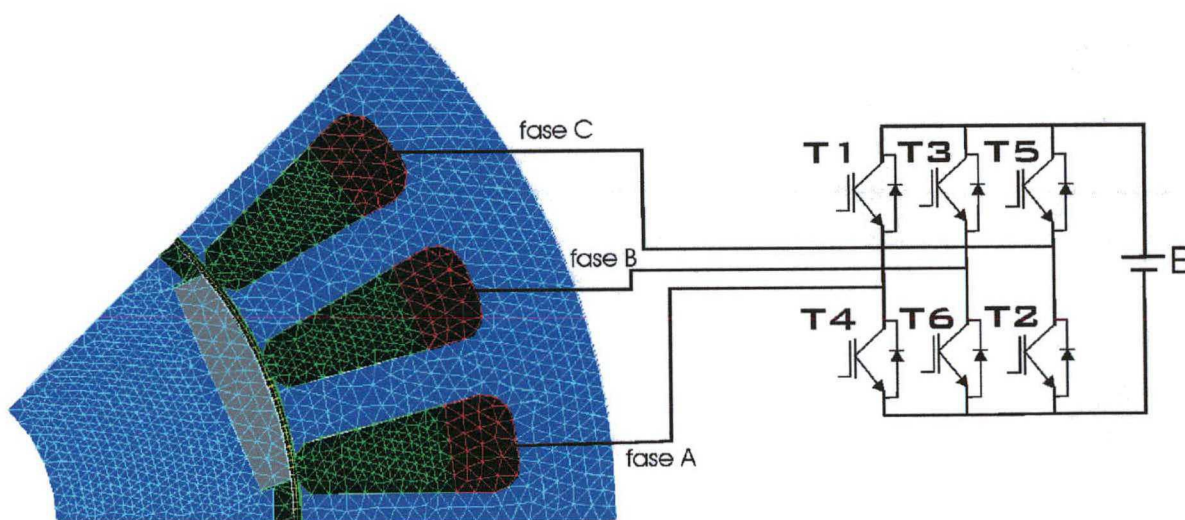


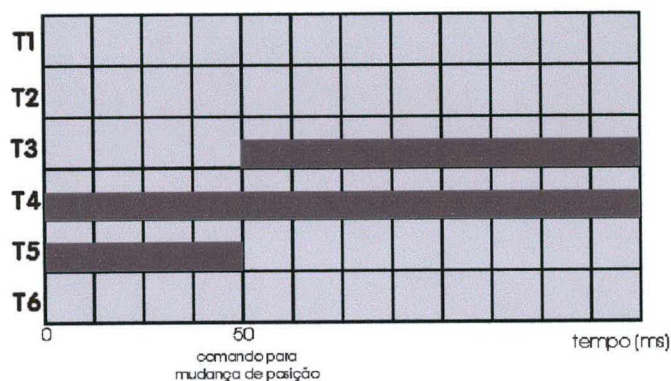
Figura 27: Domínio discretizado e circuito de acionamento

O servomotor utilizado possui os enrolamentos ligados em estrela sem neutro, sendo composto por 8 pólos, 24 ranhuras, o que implica em 1 ranhura por pólo por fase. Nesta configuração e com o tipo de alimentação mencionado no início deste capítulo, o menor passo de deslocamento possível é de  $15^\circ$ .

##### 4.4.1 DESLOCAMENTO ÚNICO DE $15^\circ$

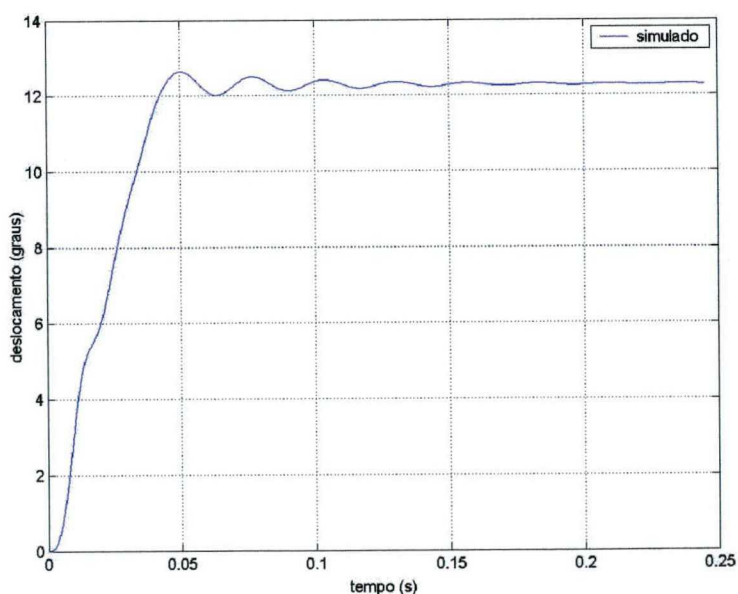
A máquina foi alimentada com tensão reduzida, uma vez que o rotor permanecendo parado na posição desejada, não são estabelecidas forças contra-

eletromotrizes nos enrolamentos e, portanto, somente as resistências das fases limitam a corrente. A sequência de chaveamento é ilustrada a seguir:



**Figura 28: Sequência de chaveamento - deslocamento único de 15°**

De acordo com algumas simulações realizadas, valores de corrente superiores a 1,5 A são suficientes para a movimentação estável do rotor e se adaptam perfeitamente aos propósitos de medida de deslocamento. Sendo assim, a operação com alimentação abaixo dos valores nominais não compromete os objetivos principais deste trabalho. Este limite inferior de corrente se deve à presença do *cogging torque* que, em acionamentos com correntes muito baixas, pode levar a um comportamento instável no posicionamento, diminuindo o passo de deslocamento de 15° para 12°, como visto na simulação a seguir (Fig. 29).



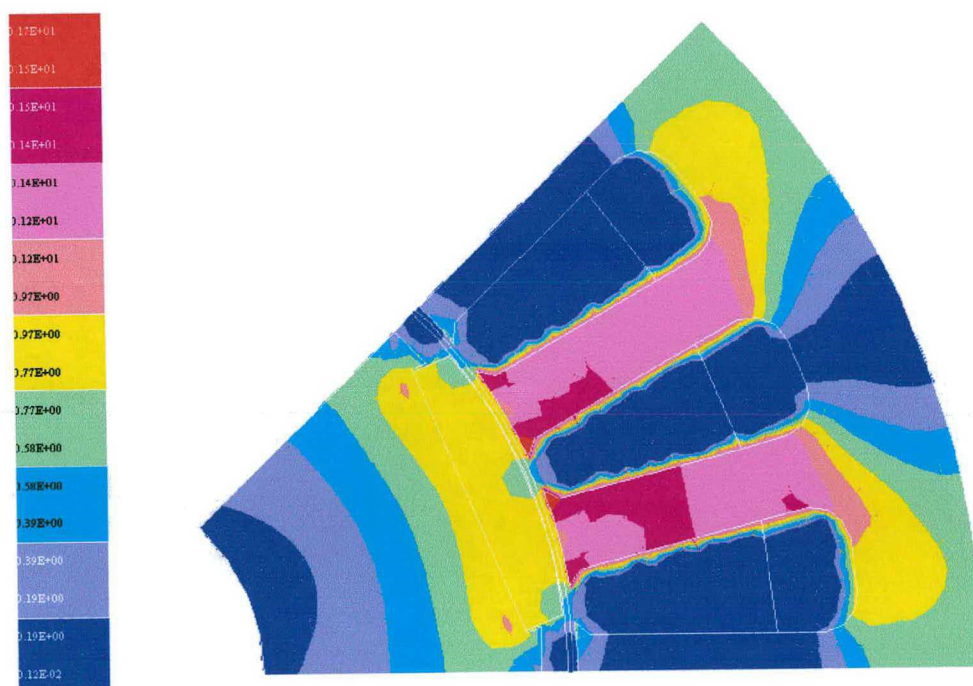
**Figura 29: Simulação de deslocamento instável para 1 A**



Devido a esta instabilidade no posicionamento com correntes baixas, o motor foi acionado com correntes próximas ao valor nominal. A fonte de tensão foi regulada em 16 V a fim de se limitar a corrente máxima de regime em 3,0 A devido às limitações do fonte CC. A alimentação com tensão reduzida comprometeu a potência elétrica entregue ao servomotor. Sendo assim, este foi acionado sem carga acoplada ao eixo com o objetivo de facilitar o posicionamento do rotor.

Em virtude da alta indução remanente dos ímãs utilizados no servomotor, a estrutura do estator apresentou alguns pontos operando na região de saturação, mesmo sem excitação nos enrolamentos, como pode ser verificado na Figura 30.

As simulações iniciais demonstraram que o efeito da saturação repercutiu em um pequeno aumento da corrente nos enrolamentos quando comparada aos valores obtidos pelo cálculo linear. Conseqüentemente, todas as simulações deste trabalho consideraram as não-linearidades do ferro empregado no servomotor (Anexo I). Todavia, não foram percebidas diferenças significativas entre o cálculo linear e saturado do ponto de vista das grandezas mecânicas.



**Figura 30: Distribuição da indução sem corrente nos enrolamentos**

A seguir, a comparação entre os resultados obtidos em simulação, desprezando o coeficiente de atrito, e os valores medidos.

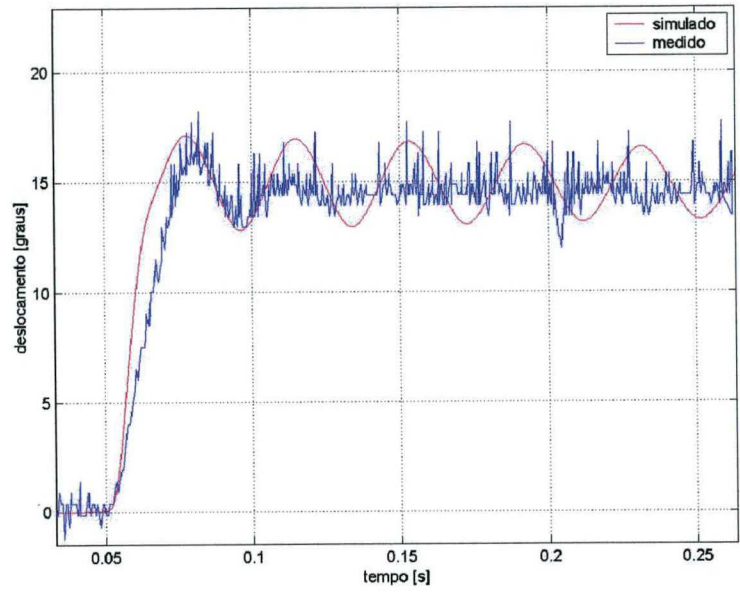


Figura 31: Deslocamento único de 15°

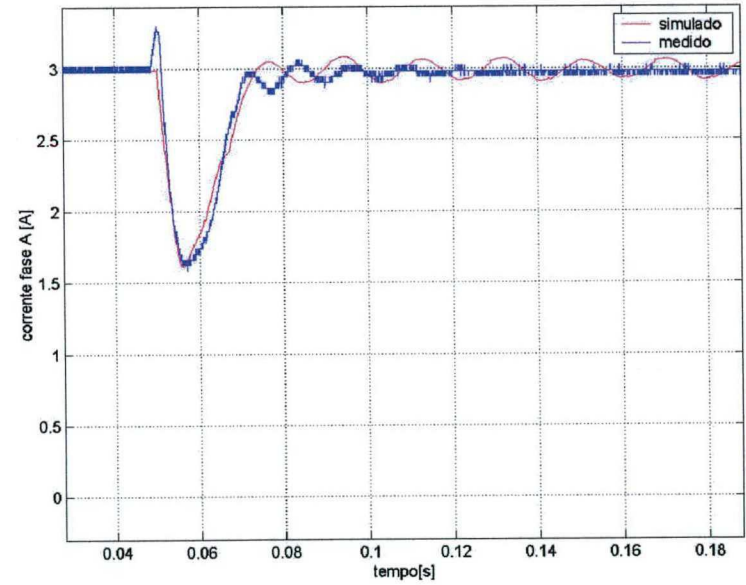
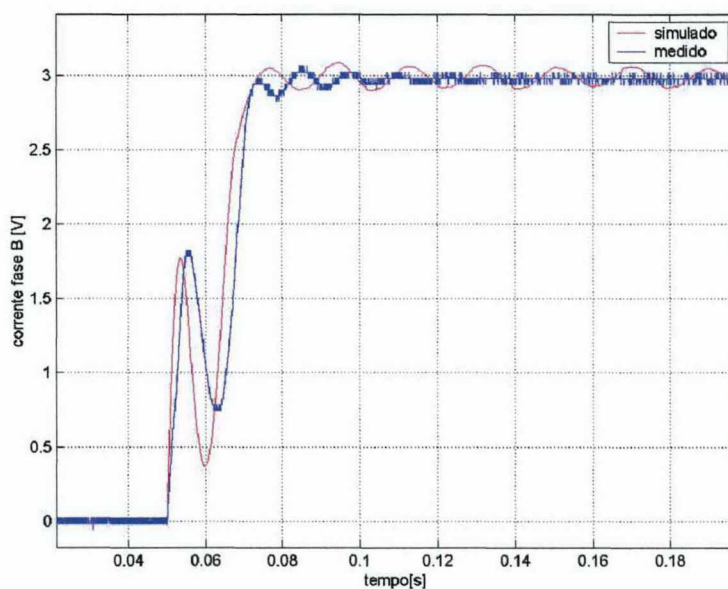
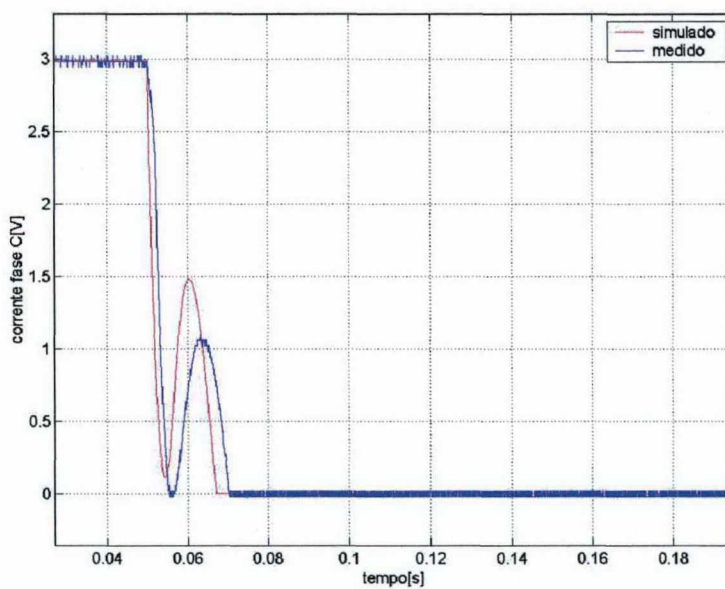


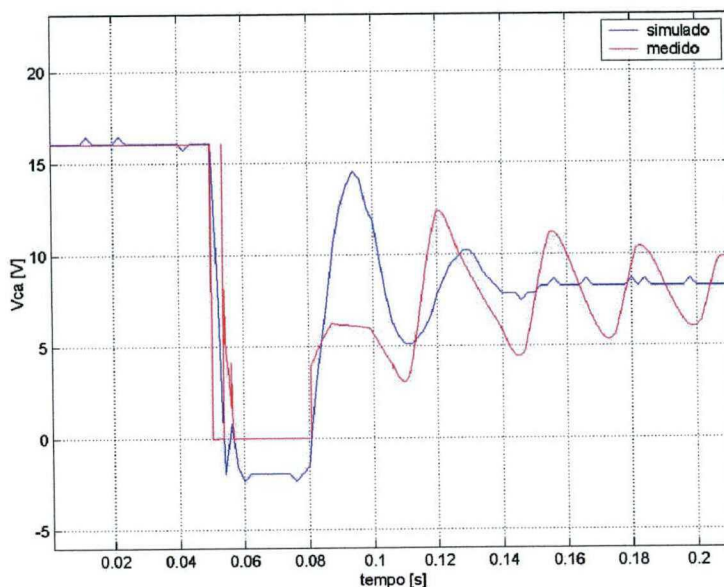
Figura 32: Corrente na fase A durante a transição



**Figura 33: Corrente na fase B durante a comutação**



**Figura 34: Corrente na fase C durante a comutação**



**Figura 35: Tensão de linha  $V_{ca}$  durante a comutação**

Antes do comando de mudança de posição, a corrente flui pela fase A e C, mantendo o rotor na posição de partida. Após o comando, a corrente comuta da fase C para a B, deslocando o eixo principal do campo magnético do estator a uma distância de  $15^\circ$  do ponto de origem. O torque de alinhamento entre os campos do estator e dos ímãs desloca o rotor para a posição desejada.

Percebe-se, na simulação, a presença de uma oscilação considerável no deslocamento do rotor em torno da posição de regime, que por sua vez repercute na indutância dos enrolamentos e, conseqüentemente, nas tensões e correntes nos mesmos. Isto se deve à consideração feita no capítulo III, onde se assume que o coeficiente de atrito pode ser desprezado na maioria das aplicações práticas. De fato, em operação sob condições nominais, a influência do atrito pode ser desconsiderada sem maiores problemas. No entanto, no presente trabalho, o acionamento foi realizado em vazio, tornando apreciável o efeito da ausência de atrito nas simulações. Por esta razão, o coeficiente de atrito foi considerado nas demais simulações realizadas.

#### 4.4.1.1 ESTIMATIVA DO COEFICIENTE DE ATRITO

Tradicionalmente, o método para medida do coeficiente de atrito consiste em acionar o motor a uma elevada velocidade e em seguida desligá-lo. Mede-se o tempo de

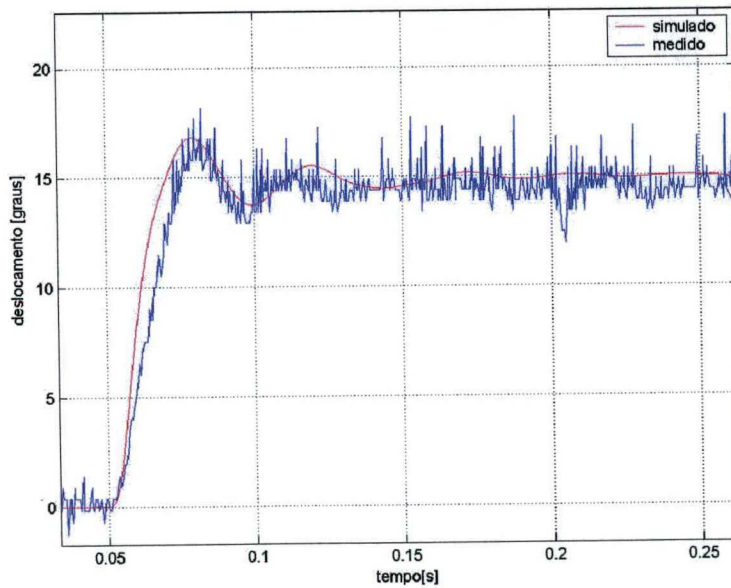


desaceleração do motor até uma velocidade inferior e em seguida calcula-se o valor estimado do atrito a partir da relação:

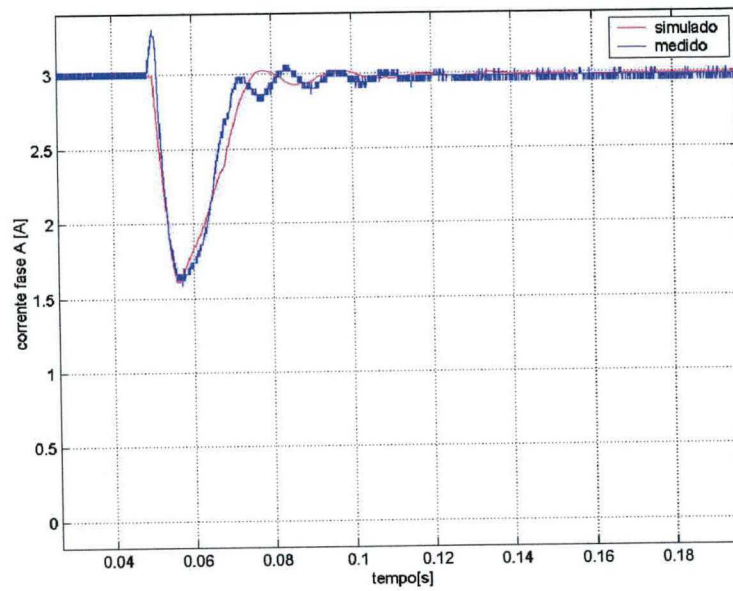
$$\omega(t) = \omega_0(t) \cdot e^{-\frac{t}{J/B_m}}, \quad (48)$$

onde  $\omega$  é a velocidade final,  $\omega_0$  é a velocidade inicial,  $t$  é o intervalo de tempo de desaceleração,  $J$  é o momento de inércia e  $B_m$  o coeficiente de atrito. Infelizmente, no caso do motor CC sem escovas este procedimento não pode ser aplicado devido à influência do *cogging torque*. Como aproximação, um valor referente a um servomotor CA sem escovas com características mecânicas bastante semelhantes ao servomotor empregado foi adotado ( $B_m=150 \mu\text{N.m.s}$ ) [19].

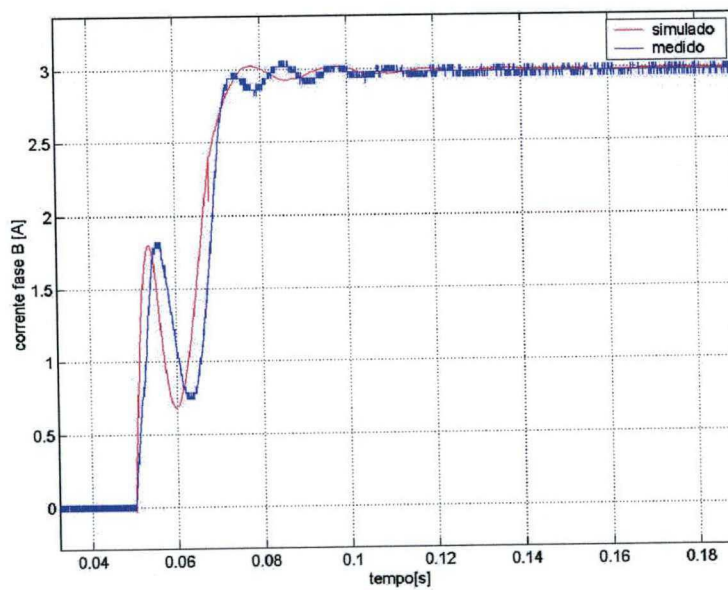
A seguir, encontram-se os resultados, para o mesmo caso anterior, levando-se em consideração esta estimativa do coeficiente de atrito.



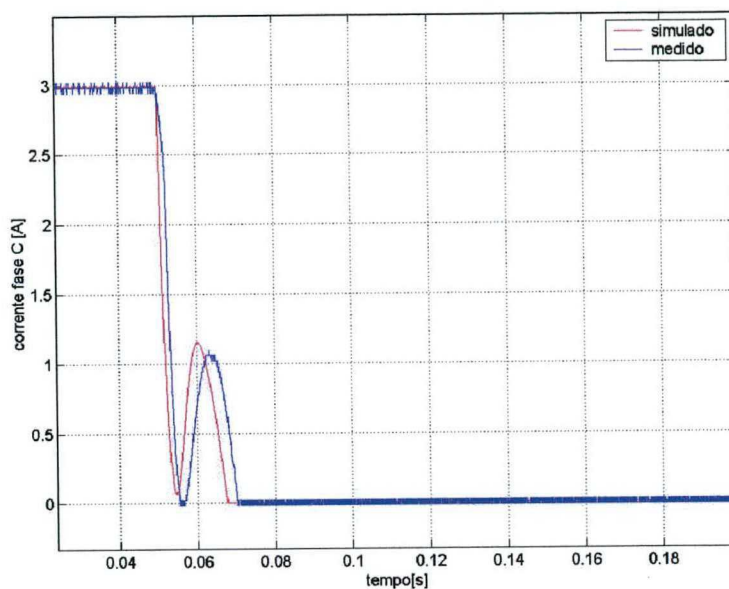
**Figura 36: Deslocamento único de 15° (simulação considerando atrito)**



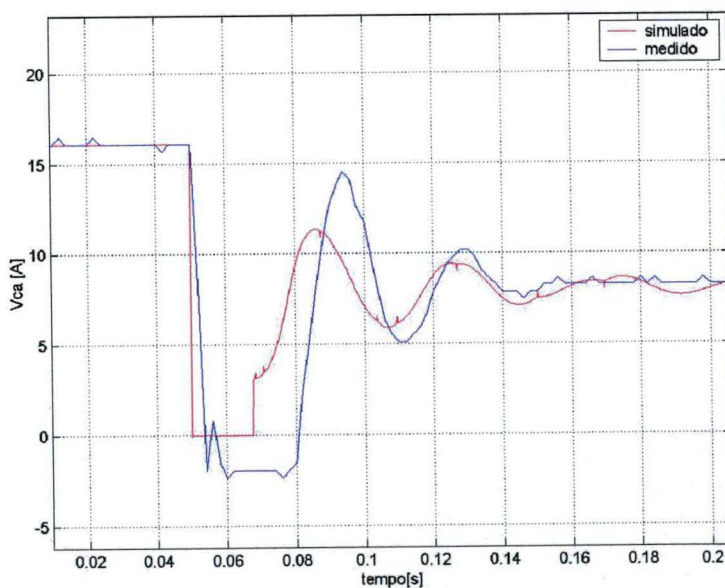
**Figura 37: Corrente na fase A durante a comutação (simulação considerando atrito)**



**Figura 38: Corrente na fase B durante a comutação (simulação considerando atrito)**



**Figura 39: Corrente na fase C durante a comutação (simulação considerando atrito)**

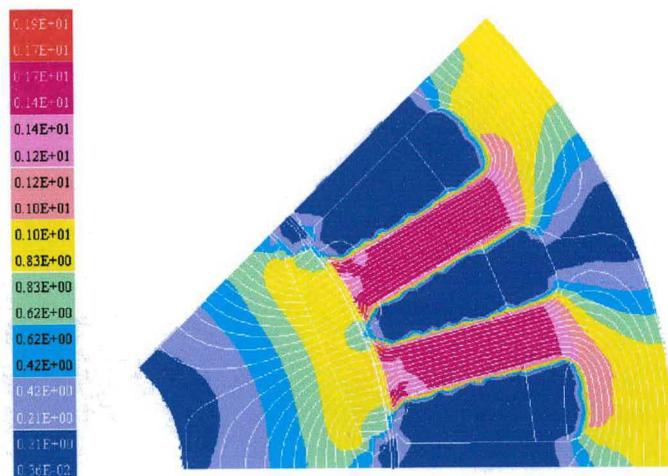


**Figura 40: Tensão de linha Vca durante a comutação (simulação considerando atrito)**

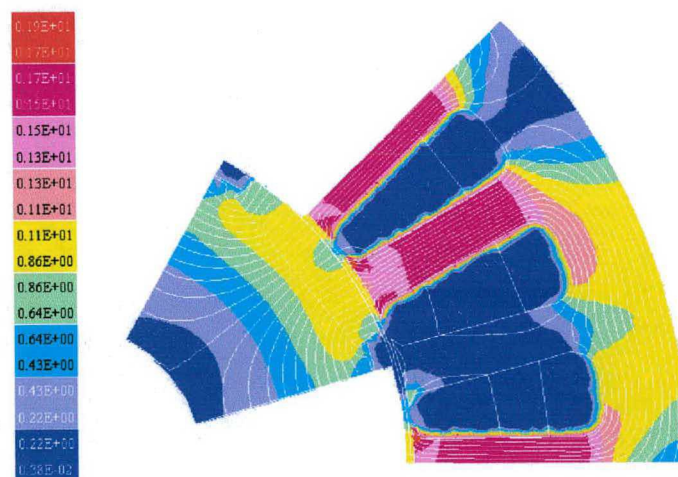
Os resultados demonstram uma significativa melhora nas simulações com a inclusão do atrito na equação mecânica. Resultados melhores poderiam ser alcançados com uma estimativa mais precisa do coeficiente de atrito. Percebe-se, em todas as simulações, uma pequena defasagem dos resultados medidos em relação aos simulados.

Este comportamento pode ser justificado pela pequena diferença entre os valores de momento de inércia fornecidos pelo fabricante e o valor real.

Como mencionado, as simulações consideraram a curva B-H do ferro do servomotor. A distribuição da indução no servomotor para as posições de partida ( $0^\circ$ ) e de regime ( $15^\circ$ ), é exibida nas figuras 41.a e 41.b, respectivamente. Nota-se um considerável grau de saturação (entre 1.4 e 1.9T) principalmente nos dentes do estator.



(a)



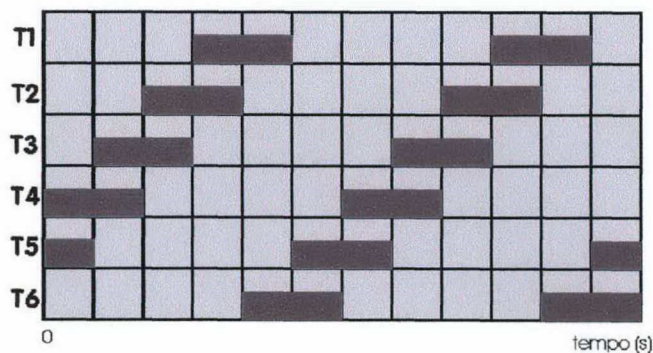
(b)

**Figura 41: Distribuição dos campos e indução na partida (a) e em regime permanente (b)**

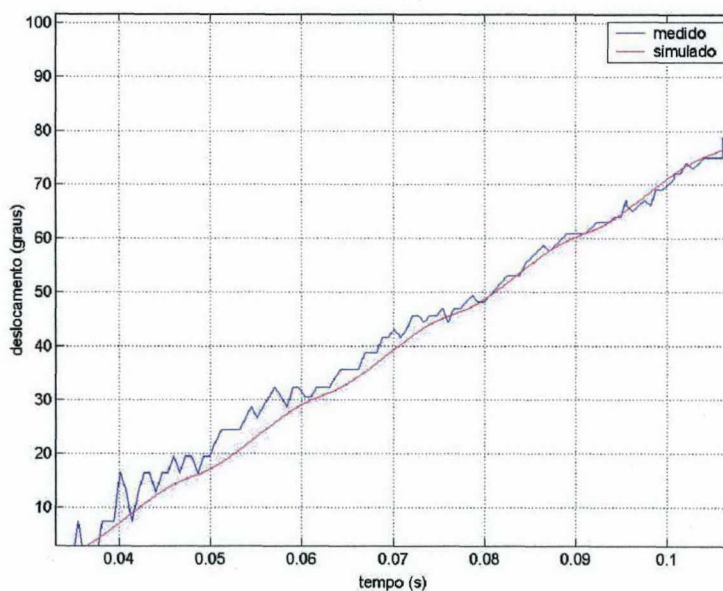


#### 4.4.2 CONTROLE DE VELOCIDADE

O controle de velocidade é determinado em função da tensão de alimentação e da frequência de comutação. Para um determinado nível de tensão e de carga no eixo, existe uma velocidade limite que o servomotor pode atingir sem perder o sincronismo. A última simulação diz respeito a uma alimentação de 18 V com frequência de comutação de 11,7 Hz.

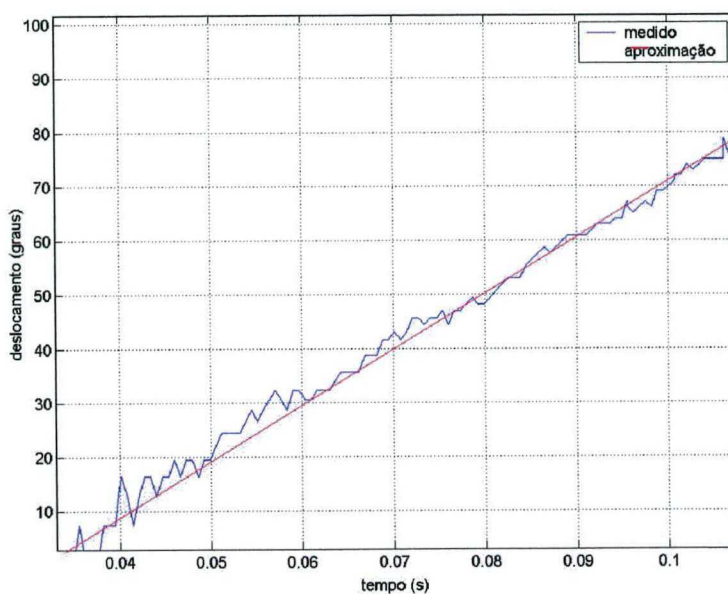


**Figura 42: Seqüência de chaveamento - controle de velocidade**



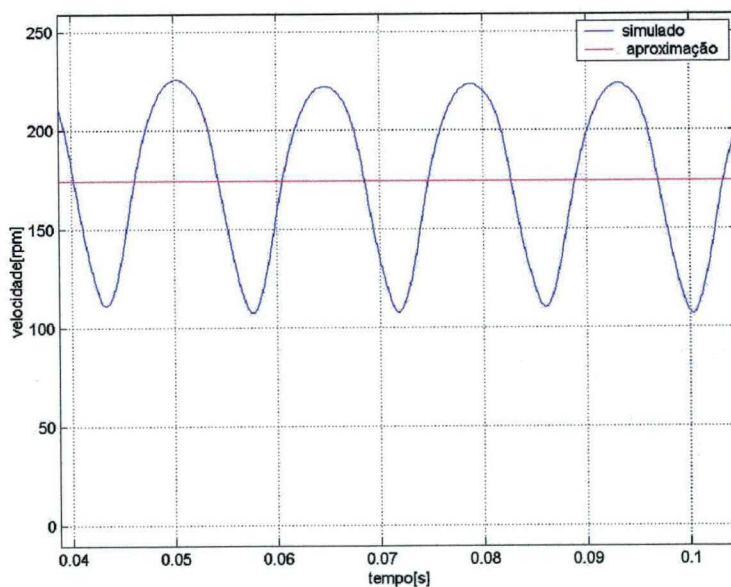
**Figura 43: Posição angular do rotor**

Neste caso, pode-se encontrar a velocidade média aproximada, a partir dos pontos medidos, traçando-se uma reta:



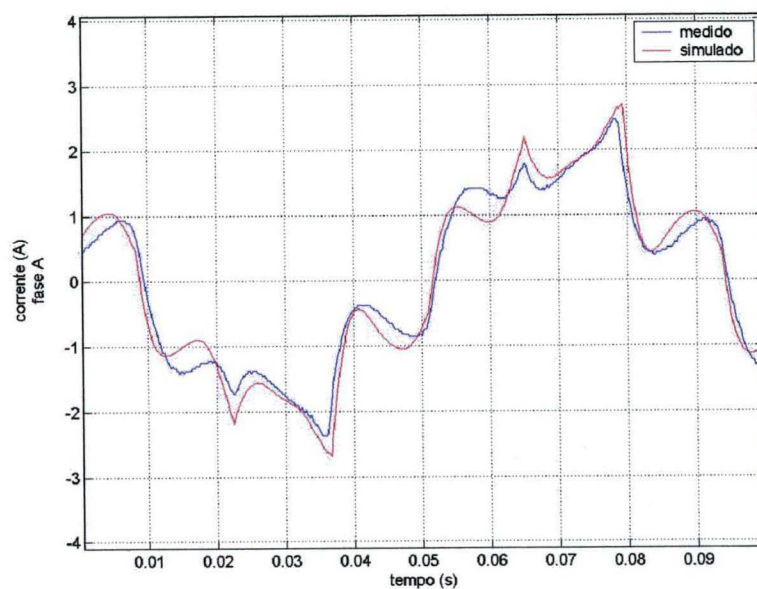
**Figura 44: Aproximação para o cálculo da velocidade média**

De acordo com o gráfico acima, a velocidade média aproximada obtida no ensaio é de aproximadamente 174,43 rpm.

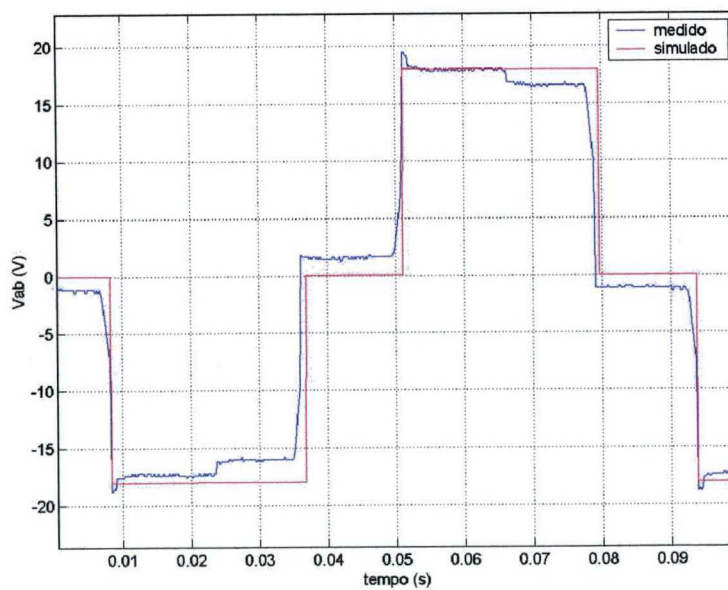


**Figura 45: Velocidade média aproximada × velocidade simulada**

Nas figuras 46 e 47, são representadas as formas de onda da corrente na fase a e a tensão de linha  $V_{ab}$ . Os outros valores de tensão e corrente não foram apresentados, porém apresentam o mesmo aspecto, apresentando um defasamento de  $120^\circ$  entre si.



**Figura 46: Corrente de fase**



**Figura 47: Tensão de linha**

## 4.5 CONCLUSÕES

O método implementado para resolução de problemas envolvendo estruturas eletromagnéticas acopladas a circuitos externos de alimentação considerando a equação de oscilação mecânica forneceu bons resultados. Constata-se nas simulações realizadas que a inclusão do coeficiente de atrito na equação mecânica produz resultados mais próximos dos práticos, principalmente com acionamento em vazio. Pequenas diferenças relacionadas à amplitude e à fase das transições mecânicas são justificáveis devido às variações existentes, porém admissíveis, das grandezas mecânicas (momento de inércia e coeficiente de atrito).



## CONCLUSÃO GERAL

No presente trabalho é apresentado um método de resolução de problemas envolvendo máquinas elétricas girantes acopladas a circuitos externos, considerando o equacionamento mecânico. Utiliza-se o Método de Elementos Finitos Bidimensionais para a modelagem de máquinas elétricas. O circuito externo é representado por variáveis de espaço de estado. Os dois sistemas de equações são acoplados diretamente por suas variáveis comuns e sua resolução é simultânea, o que assegura a robustez do método. Um outro fator relevante é a versatilidade oferecida pelo programa, já que todas as transições de estados dos interruptores com comutação natural são determinadas automaticamente pelo monitoramento, a cada passo de cálculo, das grandezas elétricas nestes componentes.

O uso da técnica da Banda de Movimento em conjunto com o Método do Tensor de Maxwell para o cálculo do torque permitiu a consideração da equação de oscilação mecânica de máquinas elétricas no software. Desta forma, um número maior de situações envolvendo máquinas elétricas e acionamentos elétricos pode ser contemplado. O programa de simulação permite a análise de oscilações de carga, transitórios de partida e o estudo de máquinas alimentadas por inversores e outros circuitos eletrônicos de acionamento.

Por fim, a bancada experimental permitiu a comparação entre simulações e medidas. Os resultados práticos demonstram uma boa concordância com as simulações realizadas tanto no controle de posição como para o controle de velocidade. Embora o controle desenvolvido seja relativamente simples e tenha sido realizado em malha aberta, além de algumas restrições que comprometeram a ampliação das medidas a um número maior de casos, a bancada correspondeu aos propósitos de medidas de grandezas elétricas e, sobretudo, mecânicas.

Como sugestões para trabalhos futuros podemos mencionar:

- Implementação de controle vetorial para máquinas elétricas girantes que permitam, por exemplo, a simulação de servomotores a ímãs operando em elevadas rotações através da técnica de enfraquecimento de campo;

- Substituição das curvas B-H dos materiais ferromagnéticos por seus respectivos laços de histerese, abrindo a possibilidade para o estudo de motores de indução funcionando como geradores auto-excitados, além de permitir o cálculo de perdas;
- Estender o método para estruturas eletromagnéticas representadas por elementos finitos em três dimensões.

**ANEXO 1 – DADOS DO SERVOMOTOR SWA 56-2,5-30**

**Dados do servomotor SWA 56-2,5-30**

Tensão de alimentação nos terminais do motor = 200 V(linha)

Número de fases = 3 fases

Número de = 8 pólos

Número de espiras por = 33 espiras

Número de bobinas por = 1 espira

Número de grupos = 8 grupos / fase

Número de ranhuras = 24 ranhuras

Número de camadas = camada dupla / ligação série

Número de condutores na ranhura = 66 condutores

Passo = 1 : 4

Fios = 1 fios de 0,3550 mm + 1 fios de 0,4000 mm

Área de cobre por condutor = 0,37698mm<sup>2</sup>

Fator de enchimento = 0,3792

Resistência de fase (20° C) = 2,1713 Ω

Constante de tensão (valor de linha) = 47,1 V/krpm

Comprimento do pacote = 40 mm

Número de ímãs = 16 (8 por pólo)

Dimensão bruta do ímã = 14,1 × 20 × 3,00 mm

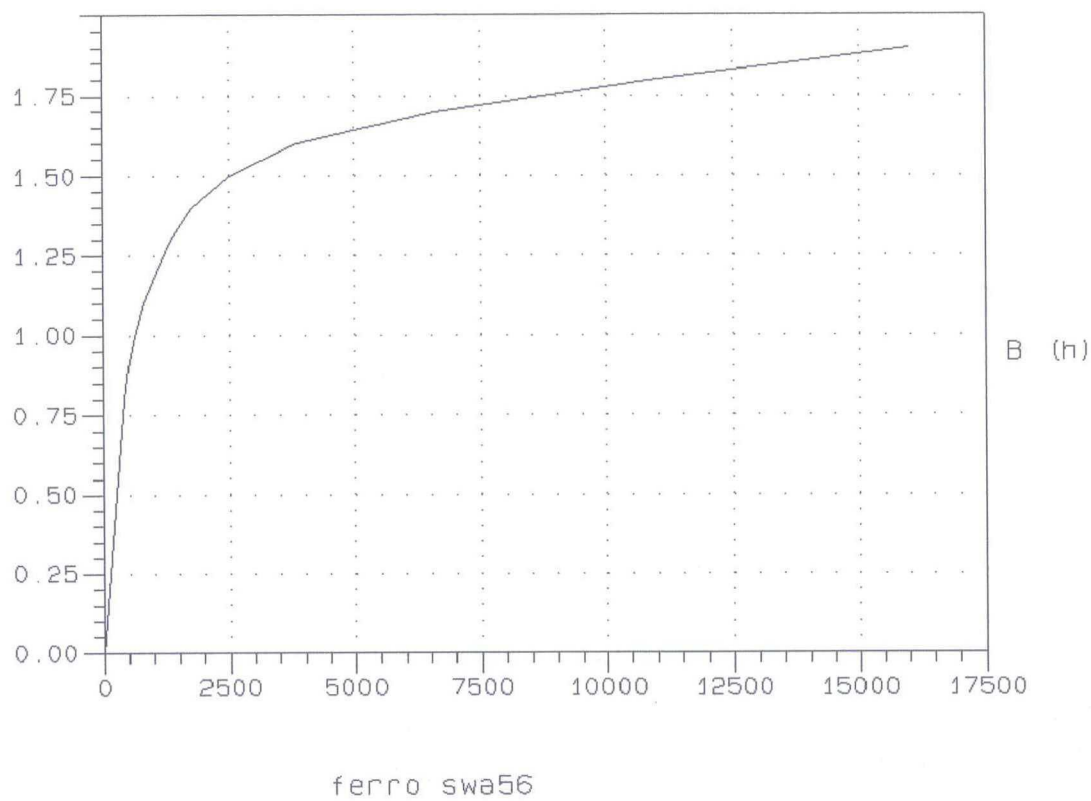
Entreferro magnético = 0,70 mm

Entreferro físico (com bandagem) = 0,45 mm

Momento de inércia aproximado = 0,21894 mkgm<sup>2</sup>

Tipo de ímã: Vacodym 411 da Vacuumschmelze

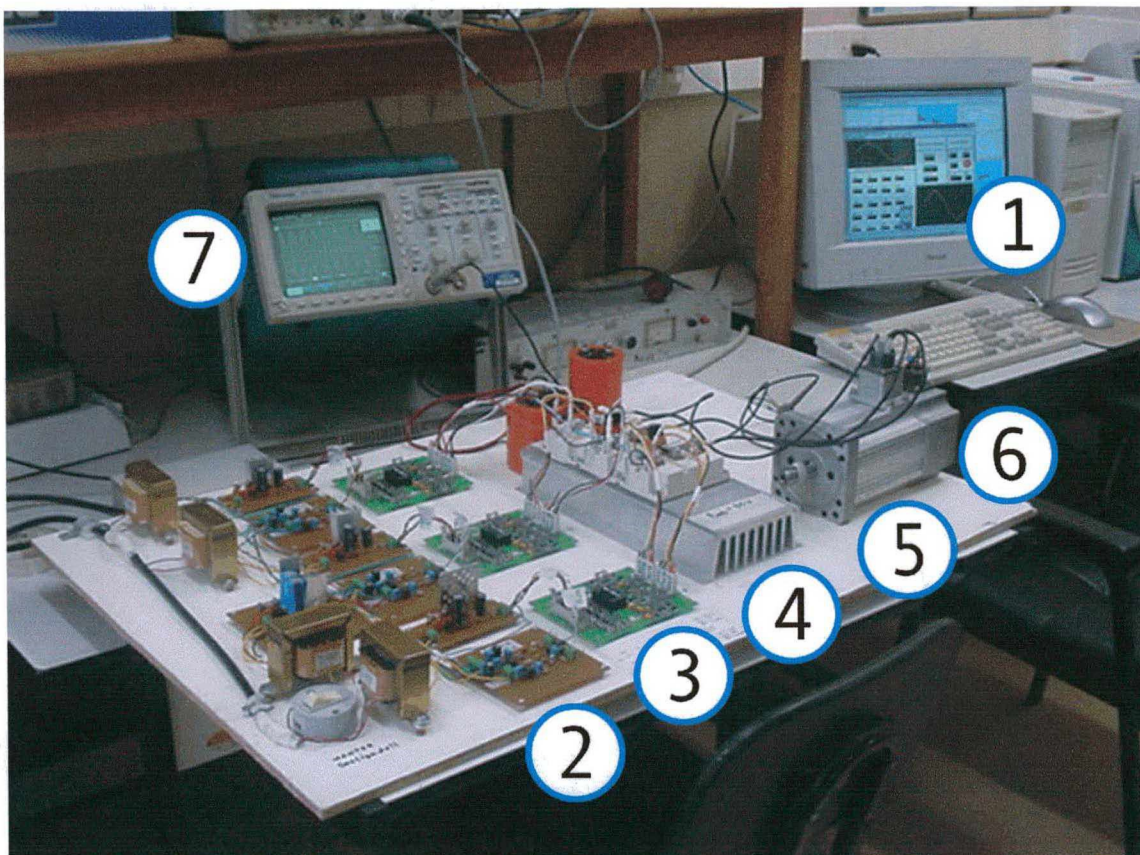
Remanência mínima = 1,03 T



**Figura 48: Curva  $B \times H$  (servomotor swa-56)**

## **ANEXO 2 – BANCADA EXPERIMENTAL**





**Figura 49: Bancada experimental**

## **DESCRIÇÃO GERAL DOS PRINCIPAIS BLOCOS INTEGRANTES DA BANCADA EXPERIMENTAL:**

### **1. *Software/Hardware Labview (National Instruments):***

- Programação e geração dos pulsos de comando. Software: Labview 5.01.  
Hardware: placa PCI-6111-E.

### **2. *Placas para isolamento galvânico e amplificação:***

- Proteção da placa PCI-6111-E contra sobre carga;
- Amplificação dos sinais provenientes da placa PCI-6111-E (5 V) para aplicação nas placas SKHI 23/12 (15 V).

### **3. *Placas SKHI 23/12 (Semikron):***

- Responsável pelo comando, monitoramento (proteção) e isolamento dos sinais de disparo da etapa de potência.

### **4. *Módulos de IGBT's "SKM 200 GB 124 D" (Semikron):***

- Transistores bipolares com gatilho isolado empregados no circuito inversor.

**5. Servomotor SWA-56-2,5-30 (WEG):**

- Modelo de servomotor CC sem escovas empregado.

**6. Sensor de posição “Resolver” (Tamagawa):**

- Traduz a posição do rotor em sinais elétricos.

**7. Osciloscópio digital TDS 430A (Tektronix):**

- Responsável pelo armazenamento dos sinais provenientes do sensor de posição.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BASTOS, J. P. A.; *Eletromagnetismo e Cálculo de Campos*. Ed. da UFSC, 2ª Edição, Florianópolis, 1992.
- [2] KUO-PENG, P. et al, "A General Method for Coupling Static Converters with Electromagnetics Structures", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, n° 2, pp. 2004-2009, March 1997.
- [3] OLIVEIRA, A. M.; Análise de Dispositivos Eletromagnéticos Trifásicos Modelados por Elementos Finitos 2D Conectado aos seus Circuitos Externos de Alimentação, Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. UFSC, PG-EEL, Brasil, 2000.
- [4] SADOWSKI, N. et al, "Finite Element Torque Calculation in Electrical Machines while Considering the Movement", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 28, n° 2, pp. 1410-1413, March 1992.
- [5] SADOWSKI, N. et al, "Finite Element Simulation of Electrical Motors Fed by Current Inverters", *IEEE Trans Magn.*, vol. 29, n° 2, pp. 1683-1688, March 1993.
- [6] SADOWSKI, N. et al, "Simulation of Single-phase Induction Motor by a General Method Coupling Field and Circuit Equations", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 31, n° 3, pp. 1908-1911, May 1995.
- [7] MILLER, T. J. E., "Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives", Clarendon Press, Oxford, 1989.
- [8] TEXAS INSTRUMENTS, "DSP Solutions for BLDC Motors", March 1997.
- [9] TAVARES, A. A.; "Projeto e Análise de Motores a Ímãs com Comutação Eletrônica", Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. UFSC, PG-EEL, Brasil, 1989.

- [10] KRAUSE, P. C., "Analysis of Electric Machinery", IEEE PRESS, New York, 1994.
- [11] KENJO, T. and Nagamori S., "Permanent-Magnet and Brushless DC Motors", Oxford Science Publications, 1985.
- [12] HOLTZ J. et al, "Identification and Compensation of Torque Ripple in High-Precision Permanent Magnet Motor Drives", *IEEE Trans. Indus. Elect.*, vol. 43, n° 2, pp. 309-320, 1996.
- [13] PILLAY, P. et al, "An Investigation into the Behavior of a Brushless DC Motor Drive", *Industry Applications Society Annual Meeting*, IEEE Conference Record, 1988.
- [14] PARK, S. P. et al, "A New Approach for Minimum-Torque-Ripple Maximum-Efficiency Control of BLDC Motor", *IEEE Trans. Indus. Elect.*, vol. 47, n° 1, February 2000.
- [15] ALHAMADI, M. A., Demerdash, N. A., "Modeling of Effects of Skewing of Rotor Mounted Permanent Magnets on the Performance of Brushless DC Motors", *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 6, n. 4, pp. 721-729, Dec. 1991.
- [16] FILHO, E. R. B. et al, "Cogging Torque em Estruturas a Ímãs Transversais: Estudo Baseado em Cálculo de Campos", *CB MAG*, pp. 73-76, 1996.
- [17] CARLSON, R. et al, "Analysis os Torque Ripple Due to Phase Commutation in Brushless dc Machines", *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 28, n° 3, May/June 1992.
- [18] ANALOG DEVICES, "High Efficiency, Low Cost, Sensorless Motor Control", International Appliance Manufacturing, 2001.

- [19] VOLTOLINI, H.; “Controle Vetorial em Máquinas Síncronas a Ímãs Permanentes com Enfraquecimento de Campo”, Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. UFSC, PG-EEL, Brasil, 1995.
- [20] ORSINI, L. Q.; “Circuitos Elétricos”, Ed. Edgard Bluncher, SP, Brasil, 1971.
- [21] NATIONAL INSTRUMENTS CORPORATION. “*Labview – User Manual*”. V. 5.01, January 1998.
- [22] YEDDO, B. B.; “Acionamento Elétrico em Quatro Quadrantes com Servomotor Síncrono a Ímãs e Inversor a FET’s de Potência”, Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. UFSC, PG-EEL, Brasil, 1988.